

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE



DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

École doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur
Spécialité "Mécanique"

par

Yann SOUSSEAU

**LOIS DE SIMILITUDE ET MODÉLISATION DU COMPORTEMENT
MÉCANIQUE DES STRUCTURES BOIS MULTI-NIVEAUX : APPORTS,
LIMITES ET PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN.**

Sous la direction de
Sidi Mohammed ELACHACHI

Soutenu le xxx FEVRIER 2022
texte texte texte

Membres du jury :

M. DUBOIS Frédéric	Professeur des universités	Université de Limoges	Rapporteur
M. DUPRAT Frédéric	Professeur des universités	INSA Toulouse	Rapporteur
M. FOURNELY Eric	Maître de conférences	Université Clermont Auvergne	Examineur
M. CATTEROU Thomas	Ingénieur de recherche	Institut technologique FCBA	Examineur
M. ELACHACHI Sidi Mohammed	Professeur des universités	Université de Bordeaux	Directeur de thèse
Mme CHAPLAIN Myriam	Maître de conférences	Université de Bordeaux	Co-encadrante
Mme FAYE Carole	Ingénieure de recherche	Institut technologique FCBA	Co-encadrante

RESUME

Les comportements statique et dynamique des bâtiments bois grande hauteur sont très complexes, seule l'expérimentation permet d'en obtenir une évaluation fiable. Les essais à taille réelle sont complexes voire impossibles à réaliser. La solution proposée dans ce travail consiste à tester des maquettes réduites, dont la conception est basée sur des lois de similitude. Puis à partir du comportement relevé aux échelles réduites, ces lois de similitude permettent d'en déduire celui à l'échelle 1. Les lois de similitude sont constituées d'un ensemble de facteurs de similitude. Ces derniers relient les paramètres ou variables d'intérêt de la structure réduite avec ceux de la structure initiale. Les lois de similitude ont été peu développées dans le domaine de la construction voire inexistantes dans celui du bois. Les travaux de cette thèse visent à constituer des facteurs de similitude pour les comportements statique et dynamique d'un système/structure contreventée en bois. Pour cela, des approches expérimentales, analytiques et numériques sont adoptées. Par ailleurs selon une démarche multi-niveaux, les facteurs de similitude sont établis en premier lieu au niveau de l'assemblage, puis au niveau de la structure.

Des essais statiques et dynamiques ont été réalisés, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Des facteurs de similitude expérimentaux ont ainsi été obtenus. Ils ont également été déterminés par des méthodes analytiques, aussi bien au niveau des assemblages que de la structure. La non-linéarité de comportement des assemblages bois a été prise en compte. Puis les facteurs analytiques ont été comparés à ceux expérimentaux. Les limites de l'approche analytique sont identifiées. Du fait de ces limites, des modèles numériques ont été élaborés. Comme les facteurs expérimentaux, les facteurs de similitude numériques diffèrent des facteurs analytiques en présence de distorsion de similarité. L'effet de cette distorsion sur les facteurs numériques a été analysée à travers un ensemble d'études paramétriques.

Les paramètres d'entrée sont entachés d'incertitude : variabilité des propriétés des éléments constitutifs de la structure (assemblages, éléments structuraux,...), incertitudes sur les mesures,... Par conséquent une étude de la propagation de l'incertitude sur les variables d'intérêt a été menée, afin de quantifier ses effets sur les lois de similitude.

Mots clés : Structures bois, assemblages, facteurs de similitude, échelles réduites, distorsion de similarité, essais statiques et dynamiques, modèles numériques aux éléments finis, méthodes probabilistes.

ABSTRACT

Static and dynamic behaviours of high-rise timber buildings are complex, only experiment allows to obtain a reliable estimate. Tests on real scale are complex, if not impossible to achieve. The proposed solution in this work consists in testing representatives reduced scales models, whose design is based on similitude laws. From the observed behaviour on reduced scales, these similitude laws allow to deduce that at full scale. Similitude laws are composed by a set of similitude factors. These factors link parameters or variables of interest of reduced structure with those of initial structure. Similitude laws were very little used in civil engineering, and inexistent in timber construction. This thesis aims to constitute similitude factors for static and dynamic behaviours of a bracing timber system. To this end, experimental, analytic and numerical approaches are employed. Furthermore, through a multi-scale procedure, similitude factors are established to connections, then to the whole structure.

Static and dynamic tests were performed, on 1, 1/2 and 1/3 scales. Experimental similitude factors were so obtained. They were also determined by analytical methods, for connections then for the structure. The no linear behaviour of timber connections was taken into account. Then analytical factors were compared with the experimental ones. Limitations of analytical approach are identified. Considering these limitations, numerical models were developed. As experimental factors, numerical similitude factors differ from analytical factors, when distorsion of similarity is present. Effect of distorsion on numerical factors was analysed through a set of parametric studies.

Input parameters are subject to uncertainty : variability of properties of structure constituent elements (connections,...), measurement uncertainties,... Therefore a study of propagation of uncertainty on variables of interest was carried out, in order to quantify its effects on similitude laws.

Key words : Timber structures, connections, similitude factors, reduced scales, distorsion of similarity, static and dynamic tests, finite element models, probabilistic methods.

Sommaire

Résumé	I
Abstract	II
Sommaire	III
Liste des Figures	V
Liste des Tableaux	IX
Liste des Symboles et des abréviations	XIII
Introduction générale	1
1 Lois de similitude et état de l'art	4
1.1 Historique	5
1.2 Méthodes de constitution des lois de similitude	6
2 Facteurs de similitude par des approches expérimentales	15
2.1 Présentation de la structure et des assemblages	16
2.2 Essais monotones et cycliques sur les assemblages et la structure	22
2.3 Essais dynamiques sur la structure	49
2.4 Conclusion	62
3 Constitution des facteurs de similitude par des méthodes analytiques, et comparaison avec l'expérimental	63
3.1 Constitution des facteurs de similitude pour des assemblages bois	64
3.2 Facteurs de similitude sur le comportement monotone et cyclique de la structure	82
3.3 Constitution des facteurs de similitude pour le comportement dynamique de la structure	100
3.4 Conclusion	111
4 Etude des facteurs de similitude par des modèles numériques aux éléments finis	113
4.1 Modélisation des assemblages bois	114
4.2 Modélisation du comportement monotone et cyclique de la structure bois	124
4.3 Modélisation du comportement dynamique de la structure	143
4.4 Prise en compte de l'incertain dans les lois de similitude, influence de l'échelle de réduction	151
Conclusion générale, recommandations, perspectives	167
Bibliographie	171

Annexes	179
A Expérimental	180
A.1 Dénomination des éprouvettes	180
A.2 Profils de rupture	181
A.3 Variables d'intérêt	183
B Constitution des facteurs de similitude par des méthodes analytiques	190
C Modèle numérique des assemblages	196
C.1 Influence des conditions aux limites	196
C.2 Influence de la densité de maillage	196
C.3 Evaluation des effets de bord	197
D Modèle numérique de la structure	198
D.1 Paramètres du modèle	198
D.2 Influence de la densité de maillage	205
D.3 Facteurs de similitude sur la courbe force - déplacement de la structure	206

Liste des Figures

1	Vue virtuelle de bâtiments en bois de grande hauteur en cours de réalisation à Bordeaux	1
2	Principe d'utilisation d'une loi de similitude	2
3	Méthodologie de la thèse	3
1.1	Exemple d'application des méthodes <i>DA</i> et <i>STAGE</i>	12
2.1	Méthodologie générale de l'approche expérimentale	16
2.2	Structure bois testée	17
2.3	Assemblages bois / métal	19
2.4	Déformation d'un assemblage	21
2.5	Montage des essais axiaux sur assemblages	23
2.6	Evolution du déplacement pour les essais axiaux sur assemblages	24
2.7	Montage des essais de rotation sur assemblages	25
2.8	Montage expérimental de la structure	26
2.9	Déplacement limite élastique pour un essai monotone axial sur assemblage	27
2.10	Courbe force - déplacement d'un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>EI6</i>)	28
2.11	Modèle de comportement <i>Saws</i> monotone	29
2.12	Profil de rupture et de plastification pour un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>EI6</i>)	30
2.13	Courbes expérimentales et modèle <i>Saws</i> retenu à chaque échelle, essais monotones axiaux sur assemblages	31
2.14	Intervalles de confiance expérimentaux sur K_{ua}	33
2.15	Courbes expérimentales et modèle <i>Saws</i> retenu à chaque échelle, essais monotones de rotation sur assemblages	34
2.16	Courbe force - déplacement d'un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>AI5a</i>)	35
2.17	Profil de rupture pour un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>DI2</i>), aucune déformation des broches visible	36
2.18	Modèle de comportement <i>Saws</i> cyclique	38
2.19	Modèle <i>Saws</i> retenu à chaque échelle, essais cycliques axiaux sur assemblages	40
2.20	Courbes expérimentales force - déplacement des essais monotones sur la structure	41
2.21	Profil de rupture pour les essais monotones sur la structure à un niveau	42
2.22	Courbe force - déplacement d'un essai cyclique sur la structure à un niveau (échelle 1, éprouvette 5)	43
2.23	Intervalles de confiance expérimentaux sur $\lambda_{K_{ua}}$	47
2.24	Dépendance entre le facteur λ_{F_a} et le déplacement $u_a^{(F)}$ (pour les assemblages, entre échelles 1 et 1/3, avec $\lambda_{ua} = 2,94$)	48
2.25	Facteurs λ_{F_a} et λ_{F_s} expérimentaux	49
2.26	Essais sur table vibrante, montage expérimental	50
2.27	Illustration d'un sinus balayé (balayage bien plus progressif en réalité)	51

LISTE DES FIGURES

2.28	Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 7	52
2.29	Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 8	52
2.30	Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 9	52
2.31	Essais sur table vibrante, amplitude de la <i>FFT</i> en fonction du temps, éprouvette 9, amplitude de la sollicitation 2,5 cm	53
2.32	Essais au marteau de choc, points d'impact et accéléromètres	55
2.33	Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, éprouvette 8 à l'échelle 1	56
2.34	Essais au marteau de choc, diagramme de stabilité	57
2.35	Modes de vibration expérimentaux, matrice <i>MAC</i> pour l'éprouvette 8 de l'échelle 1	57
2.36	Modes de vibration expérimentaux, déformées	59
2.37	Modes de vibration expérimentaux, matrice <i>MAC</i> entre éprouvettes	60
3.1	Notations des dimensions des assemblages étudiés	65
3.2	Illustration du moment maximal d'un assemblage	69
3.3	Facteur λ_{Fma} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)	74
3.4	Facteur λ_{Mma} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)	74
3.5	Facteur λ_{Kua} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)	75
3.6	Facteur λ_{uma} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)	76
3.7	Facteur $\lambda_{\theta ma}$, intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)	76
3.8	Facteur $\lambda_{\zeta ha}$, intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)	78
3.9	Facteurs λ_{Fa} , λ_{Ma} , principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride	80
3.10	Facteur λ_{Fa} , expérimental et analytique hybride	80
3.11	Courbes force déplacement des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1	81
3.12	Facteur λ_{Ma} , expérimental et analytique hybride	81
3.13	Courbes moment rotation des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1	81
3.14	Structure étudiée, position de la force F_s et du déplacement u_s	83
3.15	Raideur sécante	87
3.16	Facteur λ_{Ks} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique hybride (« \diamond »)	95
3.17	Facteur λ_{ums} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique hybride (« \diamond »)	96
3.18	Facteur $\lambda_{\zeta hs}$, intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique hybride (« \diamond »)	97
3.19	Facteur λ_{Fs} , principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride	98
3.20	Facteur λ_{Fs} , expérimental et analytique hybride, structure à un niveau	99
3.21	Courbes expérimentales force déplacement de la structure à un niveau : échelle réduite « projetée » et échelle 1	99
3.22	Module sécant	107
3.23	Modèle simplifié de la structure	110
4.1	Modèle numérique de l'assemblage, maillage (<i>Cast3M</i>)	114
4.2	Modèle numérique de l'assemblage, définition de la zone bois avec les modules réduits	115

4.3	Détermination de la raideur axiale du modèle d'assemblage	116
4.4	Détermination de la raideur en rotation du modèle d'assemblage	117
4.5	Raideurs d'assemblages, comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	118
4.6	Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, résultats obtenus	121
4.7	Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, expressions établies	122
4.8	Modification du module d'Young longitudinal du bois E_{bL} , conséquences sur $\gamma_{K_{ua}}$	123
4.9	Modification du nombre de broches, conséquences sur $\gamma_{K_{ua}}$	123
4.10	Structure modélisée	125
4.11	Schéma simplifié du modèle de la structure (assemblages non représentés), sollicitation et conditions aux limites	127
4.12	Comportement monotone de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1	127
4.13	Comportement cyclique de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1	128
4.14	Comportement monotone de la structure, expérimental et numérique	129
4.15	Comportement cyclique de la structure, expérimental et numérique	129
4.16	Raideur K_s , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	131
4.17	Force F_{ms} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	132
4.18	Amortissement ζ_{hs} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	132
4.19	Déplacement u_{ms} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	133
4.20	Facteur λ_{Fs} , principe de comparaison des approches numérique et analytique . .	135
4.21	Configuration sans distorsions de la structure, facteur λ_{Fs}	135
4.22	Configuration sans distorsions de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1	135
4.23	Configuration réelle de la structure, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{K_{ua}}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{Fma}^\circ$	136
4.24	Configuration réelle de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1 . . .	137
4.25	Configuration réelle de la structure, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{uma}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{K_{ua}}^\circ \lambda_{uma}^\circ$	137
4.26	Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur λ_{Fs}	138
4.27	Modification du module d'Young E_b du bois, facteur λ_{Fs}	138
4.28	Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{K_{ua}}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{Fma}^\circ$	139
4.29	Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{K_s}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{Fma}^\circ$	140
4.30	Sollicitation et comportement dynamique de la structure, simulation numérique, échelle 1	146
4.31	Prévision de la réponse dynamique de la structure à un niveau, application	148
4.32	Réponse dynamique à l'échelle 1	149
4.33	Exemple d'un plan d'expériences de <i>Morris</i> , avec trois paramètres x_1, x_2, x_3	152
4.34	Exemples de plans d'expériences <i>Monte Carlo</i> et <i>LHS</i>	154
4.35	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur la raideur K_{ua} des assemblages (calculs <i>Cast3M</i>)	158
4.36	Echantillonnage généré pour les assemblages à l'échelle 1	159
4.37	Distribution de la raideur K_{ua} des assemblages	159
4.38	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	162
4.39	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	162

LISTE DES FIGURES

4.40	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	162
4.41	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur l'accélération $\ddot{u}_{s,max}^t$ de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	164
A.1	Plan de découpe des éprouvettes pour les essais sur assemblages	181
A.2	Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1 . . .	182
A.3	Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2 . . .	183
A.4	Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3 . . .	183
A.5	Amortissement hystérétique des essais cycliques axiaux sur assemblages	186
A.6	Amortissement hystérétique des essais cycliques sur la structure à un niveau	187
A.7	Coefficient de corrélation R entre les variables d'intérêt des essais sur assemblages	188
A.8	Coefficient de corrélation R entre la masse volumique du bois et les variables d'intérêt des essais sur assemblages	189
B.1	Sollicitation d'une broche	190
B.2	Illustration de la raideur en rotation d'un assemblage	192
C.1	Conditions aux limites dans le modèle d'assemblage	196
C.2	Influence de la densité de maillage sur la raideur des assemblages (échelle 1)	197
C.3	Effets de bord sur la raideur des assemblages (échelle 1)	197
D.1	Calcul de la raideur transversale des assemblages	200
D.2	Influence du nombre d'éléments sur la raideur de la structure	206
D.3	Influence du nombre d'éléments sur le comportement non linéaire de la structure	206
D.4	Facteur variable λ_{Fs} , entre échelles 1 et 1/3	207

Liste des Tableaux

1.1	Principe des relations de similitude, pour deux paramètres x_1, x_2 et une variable d'intérêt x_0 (figure 2)	7
1.2	Avantages et inconvénients des méthodes <i>DA</i> et <i>STAGE</i>	12
2.1	Paramètres de la structure (un et deux niveaux)	18
2.2	Paramètres des assemblages	20
2.3	Nombre d'essais monotones et cycliques réalisés	22
2.4	Déplacements limites élastiques retenus à chaque échelle, pour les assemblages et la structure	27
2.5	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	30
2.6	Coefficient de corrélation R ([WMM07a]) entre la masse volumique et les variables d'intérêt des essais sur assemblages (teneur en eau : environ 13 %)	32
2.7	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	34
2.8	Amortissement ζ_{ha} des essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	37
2.9	Paramètres <i>Saws</i> des essais cycliques axiaux sur assemblages, adimensionnels	38
2.10	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	42
2.11	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et <i>CV</i>)	42
2.12	Amortissement ζ_{hs} des essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	44
2.13	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	45
2.14	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	45
2.15	Facteurs expérimentaux sur l'amortissement ζ_{ha} , essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	45
2.16	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	46
2.17	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et <i>CV</i>)	46
2.18	Facteurs expérimentaux sur l'amortissement ζ_{hs} , essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	46
2.19	Modes de vibration expérimentaux, valeurs <i>MAC</i> entre échelles 1 et 1/3, premier mode	61
2.20	Modes de vibration expérimentaux, valeurs <i>MAC</i> entre échelles 1 et 1/3, second mode	62
3.1	Comparaison des relations de similitude sur le moment plastique	68
3.2	Effort maximal par broche, F_{mbr} (en N), selon le mode de déformation [EC505]	69

3.3	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour les force et moment maximaux des assemblages	70
3.4	Facteurs des paramètres d'assemblages	72
3.5	Facteurs des variables d'intérêt des assemblages	73
3.6	Phénomènes pouvant expliquer l'écart entre l'analytique (« \diamond ») et l'expérimental (« * »)	77
3.7	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour le comportement élastique de la structure	86
3.8	Relations de similitude obtenues pour l'amortissement hystérétique de la structure	91
3.9	Facteurs des paramètres de la structure (à un ou deux niveaux)	93
3.10	Facteurs des variables d'intérêt de la structure	94
3.11	Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : facteurs associés	101
3.12	Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : avantages et inconvénients	102
3.13	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour le comportement dynamique de la structure	105
3.14	Facteur λ_f entre échelles 1 et 1/3, comparaison entre l'expérimental et l'analytique	107
4.1	Propriétés matérielles des assemblages	115
4.2	Raideurs d'assemblages, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale	119
4.3	Propriétés matérielles des structures, à un ou deux niveaux	124
4.4	Comportement monotone et cyclique de la structure, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale	130
4.5	Modification des facteurs sur les sections et raideurs d'assemblages	139
4.6	Configuration réelle de la structure, facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$	141
4.7	Modification du module d'Young E_b du bois, facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$, structure à un niveau	142
4.8	Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$, structure à un niveau	142
4.9	Fréquences propres f (Hz) de la structure à un niveau, simulations numériques	144
4.10	Masses modales effectives $\tilde{m}^{(rel)}$ de la structure à un niveau, simulations numériques	144
4.11	Fréquence f (Hz) du premier mode de la structure à un niveau, comparaison entre le numérique et l'expérimentation (« \emptyset » : données expérimentales non exploitables)	145
4.12	Déformée du premier mode de la structure à un niveau, valeurs <i>MAC</i> entre le numérique et l'expérimental (« \emptyset » : données expérimentales non exploitables)	145
4.13	Lois de similitude considérées pour le comportement dynamique : facteurs associés	148
4.14	Erreur de prévision de la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau.	150
4.15	Erreur de prévision de la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau. Modification de E_b et de L_B/L_H	150
4.16	Coefficients de variation (<i>CV</i>) adoptés pour les paramètres d'assemblages, aux échelles 1, 1/2, 1/3	157
4.17	Moyennes et <i>CV</i> obtenus pour la raideur K_{ua} des assemblages (calculs <i>Cast3M</i>)	159
4.18	<i>CV</i> adoptés pour les paramètres de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3	161
4.19	Moyennes et <i>CV</i> obtenus pour la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	163
4.20	Moyennes et <i>CV</i> obtenus pour la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	163
4.21	Moyennes et <i>CV</i> obtenus pour le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	164
4.22	Moyennes et <i>CV</i> obtenus pour l'accélération $\ddot{u}_{s,max}^t$ de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	165

LISTE DES TABLEAUX

A.1	Profils de rupture des essais cycliques axiaux sur assemblages, échelle 1	182
A.2	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1	183
A.3	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/2	184
A.4	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/3	184
A.5	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1	184
A.6	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/2	185
A.7	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/3	185
A.8	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1 . .	186
A.9	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2	186
A.10	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3	186
A.11	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/2	187
A.12	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/3	187
B.1	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour les raideurs d'assemblages	194
C.1	Influence des conditions aux limites sur la raideur des assemblages (échelle 1) . .	196
D.1	Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration réelle	198
D.2	Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration réelle . .	199
D.3	Masse additionnelle et coefficient d'amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration réelle	199
D.4	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration réelle	200
D.5	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration réelle	200
D.6	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration réelle	201
D.7	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration réelle	201
D.8	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration réelle	201
D.9	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration réelle	201
D.10	Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions . .	202
D.11	Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions	202
D.12	Masse additionnelle et coefficient d'amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions	203
D.13	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration sans distorsions	203
D.14	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration sans distorsions	203
D.15	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions	204
D.16	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration sans distorsions	204
D.17	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration sans distorsions	204

D.18 Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions 204

Liste des Symboles et des abréviations

Lois de similitude

n	(-)	nombre de variables intervenant dans le comportement
x_j		$j^{\text{ème}}$ variable intervenant dans le comportement
d_i		$i^{\text{ème}}$ unité de base
r	(-)	nombre d'unités de base
r_{\min}	(-)	nombre minimum d'unités de base
$[x]$		unité d'une variable x
a_{ij}	(-)	exposant attribué à l'unité d_i pour la variable x_j
D		matrice dimensionnelle
π	(-)	nombre adimensionnel
α_j	(-)	exposant attribué à x_j , dans les nombres π
p	(-)	nombre d'éléments π
<i>Equation directrice</i>		équation liant les paramètres et la variable d'intérêt
f_0		fonction associée à l'équation directrice
g_0		fonction associée à l'équation directrice adimensionnelle
λ_x	(-)	facteur de similitude sur une variable x
$x^{(F)}$	(unité de x)	valeur de x à l'échelle 1 (<i>Full scale</i>)
$x^{(R)}$	(unité de x)	valeur de x à l'échelle réduite (<i>Reduced scale</i>)
<i>DA</i>		Dimensional Analysis
<i>STAGE</i>		Similitude Theory Applied to Governing Equations
<i>Relations restrictives ou contraignantes</i>		relations imposant des contraintes fortes sur les paramètres
<i>Facteurs analytiques, λ^\diamond</i>		facteurs estimés par les méthodes analytiques
<i>Facteurs expérimentaux, λ^*</i>		facteurs obtenus par des essais expérimentaux
<i>Facteurs numériques, λ^\bullet</i>		facteurs calculés par des modèles numériques
λ°		facteurs sur les paramètres du modèle numérique

Expérimental

ϵ	(-)	erreur liée au modèle de comportement
n_e	(-)	taille d'échantillon pour une échelle donnée
n_λ	(-)	taille d'échantillon considérée pour les facteurs de similitude
α_c	(-)	risque associé à l'intervalle de confiance
$Q_{\alpha_c/2}$	(-)	quantile $\alpha_c/2$ de la loi Student
T	(-)	variable qui suit une loi Student
μ_x	(unité de x)	moyenne d'une variable x pour un échantillon de taille infinie
$\mu_x^{(\text{inf})}$	(unité de x)	borne inférieure de l'intervalle de confiance pour μ_x
$\mu_x^{(\text{sup})}$	(unité de x)	borne supérieure de l'intervalle de confiance pour μ_x

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

Modélisation numérique

N	(-)	Nombre de nœuds ou d'éléments
γ	(-)	rapport entre les facteurs numériques et analytiques
Coefficient de distorsion, δ_x	(-)	rapport de facteurs de similitude entre les dimensions
α_{uea}	(-)	paramètres de l'expression établie pour γ
α_{ud}	(-)	
$\alpha_{\theta ea}$	(-)	
$\alpha_{\theta d}$	(-)	
k	(-)	nombre de paramètres
x_j		$j^{\text{ème}}$ paramètre
\bar{x}	(unité de x)	moyenne d'une variable x
s_x	(unité de x)	écart type d'une variable x
CV	(-)	Coefficient de variation
κ	(-)	Rapport des CV entre deux échelles
F_p	(-)	fonction de répartition
ρ_{ab}	(-)	coefficient de corrélation entre deux paramètres x_a et x_b
ρ'_{ab}	(-)	coefficient de corrélation modifié entre x_a et x_b
Cor		matrice de corrélation
LHS		Latin Hypercube Sampling
x		échantillonnage / plan d'expérience
x_{ij}	(unité de x_j)	valeur de x_j pour la configuration i
X		échantillonnage / plan d'expérience normalisé
X'		échantillonnage normalisé et corrélé
Y		variable d'intérêt étudiée
η	(-)	erreur de prévision de Y par les facteurs de similitude, du fait de la variabilité
δ	(-)	variation normalisée des paramètres
B		matrices / vecteurs permettant la constitution
D*		du plan d'expérience de <i>Morris</i>
P*		
J		
x*		
I_j	(unité de Y)	effet de x_j sur Y
$\mu_{I_j}^*$	(unité de Y)	moyenne de $ I_j $
s_{I_j}	(unité de Y)	écart type de I_j

Dimensions et propriétés matérielles

n_{br}	(-)	nombre de broches
d	(m)	diamètre de broche
a_1	(m)	espacement longitudinal entre les broches
a_2	(m)	espacement transversal entre les broches
a	(m)	espacements entre les broches
a_0	(m)	espacement de rive longitudinal
$x^{(\min)}$	(m)	espacement x minimal préconisé par l' <i>Eurocode</i>
h	(m)	hauteur d'appui
t	(m)	demi-longueur de contact bois / broches
e	(m)	épaisseur des éléments bois ou acier
l	(m)	largeur des éléments bois ou acier
L	(m)	longueur des éléments de la structure
L_a	(m)	longueur des pièces métalliques
L_B	(m)	largeur de la structure
L_H	(m)	hauteur de la structure

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

S	(m)	aire des sections
I	(m ⁴)	inertie des sections
E	(N/m ²)	modules d'Young
G	(N/m ²)	modules de cisaillement
ν	(-)	coefficients de Poisson
σ	(N/m ²)	contraintes limites
ρ	(kg/m ³)	masse volumique
γ	(N/m ³)	poids volumique
indice b		liée au bois
indice a		liée à l'acier
Comportement d'une broche		
k_a	(N/m ²)	raideur linéique de fondation due à la plaque
k_b	(N/m ²)	raideur linéique de fondation due au bois
f_h	(N/m ²)	portance maximale du bois
f_y	(N/m ²)	contrainte limite de l'acier
M_p	(Nm)	moment plastique de la broche
$u_b (u_a)$	(m)	enfoncement de la broche dans le bois (dans la plaque)
$\theta_b (\theta_a)$	(-)	rotation de la broche au niveau du bois (de la plaque)
$F_b (F_a)$	(N)	effort tranchant au niveau du bois (de la plaque)
$M_b (M_a)$	(Nm)	moment au niveau du bois (de la plaque)
(O_b, x_b)		repère local au niveau du bois
(O_a, x_a)		repère local au niveau de la plaque
u_{br}	(m)	déplacement relatif entre la plaque et le bois
F_{br}	(N)	force au centre de la broche
K_{br}	(N/m)	raideur de la broche
F_{mbr}	(N)	force maximale de la broche
α_{br}	(-)	inclinaison de l'enfoncement de la broche, par rapport au fil du bois
indice 0		parallèle au fil
indice 90		perpendiculaire au fil
indice α		inclivée d'un angle α_{br} par rapport au fil
Comportement d'un assemblage		
O		centre de rigidité ou de gravité
r_{br}	(m)	distance entre la broche et le centre O
u_a	(m)	déplacement
θ_a	(-)	rotation
F_a	(N)	force
M_a	(Nm)	moment
K_{ua}	(N/m)	raideur élastique en translation
\hat{K}_{ua}	(N/m)	raideur sécante en translation
F_{ma}	(N)	force maximale
$F_{ma}^{(th)}$	(N)	force maximale théorique
u_{ma}	(m)	déplacement associé à la force F_{ma}
u_{ea}	(m)	déplacement limite élastique
$u_{lim,a}$	(m)	déplacement limite
$K_{\theta,a}$	(Nm)	raideur élastique en rotation
$\hat{K}_{\theta,a}$	(Nm)	raideur sécante en rotation
M_{ma}	(Nm)	moment maximal
θ_{ma}	(-)	rotation associée au moment M_{ma}

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

$\theta_{lim,a}$	(-)	rotation limite
E_{ha}	(Nm)	énergie d'hystérésis
Δ_{ua}	(m)	amplitude en déplacement d'un cycle fermé
Δ_{Fa}	(N)	amplitude en force d'un cycle fermé
E_{pa}	(Nm)	énergie potentielle de déformation maximale
ζ_{ha}	(-)	amortissement hystérétique
r_1	(-)	paramètres du modèle <i>Saws</i>
r_2	(-)	
r_3	(-)	
r_4	(-)	
r_i	(-)	
r_f	(-)	
α	(-)	
β	(-)	
F_0	(N)	
F_i	(N)	
K_p	(N/m)	

Comportement monotone et cyclique de la structure

Q	(N)	poids propre
Q_{bo}	(N)	poids propre des éléments bois
Q_{ac}	(N)	poids propre des éléments acier
Q_{ad}	(N)	charge verticale additionnelle
q	(N/m)	poids propre linéique
u	(m)	déplacement
θ	(-)	rotation
F	(N)	force
M	(Nm)	moment
(x, y)		repère local
indice a		dans les assemblages
indice p		dans les éléments poteaux, poutres, diagonales,...
u_s	(m)	déplacement en haut de la structure
F_s	(N)	force en haut de la structure
K_s	(N/m)	raideur élastique
F_{ms}	(N)	force maximale
$F_{ms}^{(th)}$	(N)	force maximale théorique
u_{ms}	(m)	déplacement associé à la force F_{ms}
u_{es}	(m)	déplacement limite élastique
$u_{lim,s}$	(m)	déplacement limite
E_{hs}	(Nm)	énergie d'hystérésis
Δ_{us}	(m)	amplitude en déplacement d'un cycle fermé
Δ_{Fs}	(N)	amplitude en force d'un cycle fermé
E_{ps}	(Nm)	énergie potentielle de déformation maximale
ζ_{hs}	(-)	amortissement hystérétique
D	(-)	termes intervenant dans l'expression de K_s
C	(-)	coefficients intervenant dans l'expression de λ_{K_s}

Comportement dynamique

m	(kg)	masses
m_{bo}	(kg)	masses des éléments bois
m_{ac}	(kg)	masses des éléments acier
m_{ad}	(kg)	masse additionnelle

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

m_{tot}	(kg)	masse totale de la structure
m_l	(kg/m)	masse linéique
g	(m/s ²)	gravité
t	(s)	temps
a	(m/s ²)	accélération à la base
u	(m)	déplacements dans la structure, par rapport au sol
u_s	(m)	déplacement des masses par rapport au sol
\mathbf{u}_s		vecteur des déplacements u_s
F_s	(N)	efforts exercés par les ressorts sur les masses
\mathbf{F}_s		vecteur des forces F_s
\mathbf{K}		matrice de rigidité
\mathbf{M}		matrice de masse
\mathbf{C}		matrice d'amortissement
c	(Ns/m)	amortissement visqueux
\vec{U}		vecteur d'influence
<i>FFT</i>		Fast Fourier Transform
H	((m/s ²)/N)	fonction de transfert
<i>Modes réguliers</i>		modes présentant une certaine répétabilité entre les essais
f	(Hz)	fréquence propre
$\vec{\Phi}_c$		vecteur de déformée modale complexe
$\vec{\Phi}$		vecteur de déformée modale réel
<i>MAC</i>		Modal Assurance Criterion
Ξ		déplacement généralisé
$\tilde{m}^{(\text{rel})}$	(-)	masse modale effective relative
ζ_v	(-)	amortissement visqueux réduit
α_r, β_r	(-)	coefficients de Rayleigh

Introduction générale

Le développement de bâtiments en bois de moyenne à grande hauteur (figure 1) s'est intensifié de plus en plus pour répondre aux enjeux environnementaux et à la densification urbaine. Des études sont nécessaires afin de mieux appréhender le comportement mécanique de ces bâtiments, en présence de sollicitations statiques (poids) ou dynamiques (vent ou séisme).



(a) tour *Silva*, crédit photo *Kaufman Broad Art et Built*



(b) tour *Hyperion*, crédit photo *Viguiér*

FIGURE 1 – Vue virtuelle de bâtiments en bois de grande hauteur en cours de réalisation à Bordeaux

L'expérimentation est un moyen pertinent pour étudier le comportement dynamique des bâtiments bois de grande hauteur. Cependant les essais à taille réelle nécessite des moyens très coûteux et ne sont pas toujours réalisables. Une solution serait de tester des maquettes réduites représentatives (figure 2), dont la conception est basée sur des lois de similitude [CBR16, CPF19]. Puis, à partir du comportement relevé aux échelles réduites, ces lois de similitude permettront d'en déduire celui à taille réelle. Une loi de similitude est constituée de facteurs de similitude. Ces derniers sont définis, pour chaque variable x_j (paramètres ou variable d'intérêt), par le rapport

$$\lambda_{x_j} = x_j^{(F)} / x_j^{(R)} \quad (1)$$

$x_j^{(F)}$ et $x_j^{(R)}$ sont respectivement les valeurs de x_j à l'échelle 1 (*Full scale*) et à l'échelle réduite (*Reduced scale*).

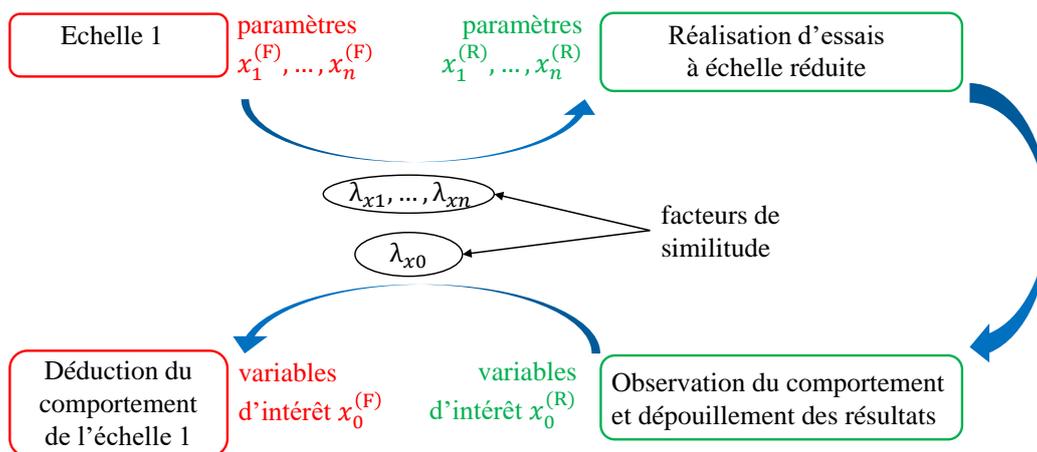


FIGURE 2 – Principe d'utilisation d'une loi de similitude

Les lois de similitude ont été peu utilisées pour la construction bois. Les constructions bois présentent des particularités à intégrer :

- le bois est un matériau composite, et par conséquent ses propriétés mécaniques varient en fonction de la taille de l'élément étudié,
- ses propriétés présentent une variabilité très importante,
- les structures bois sont constituées d'assemblages, présentant un comportement non linéaire,
- certains composants des assemblages ne peuvent être réductibles à l'infini (boulons, plaques minces,...).

Les travaux de cette thèse visent à contribuer à la constitution de lois de similitude, pour déterminer le comportement mécanique des bâtiments bois multi-niveaux, soumis à des sollicitations (latérales) statiques ou dynamiques, de type vent ou séisme. Cette thèse s'intègre dans le cadre d'un projet de recherche (*SIMLAW TIMBER*), financé par l'*ADEME*, coordonné par *FCBA* et mené en partenariat avec le laboratoire *I2M* de l'Université de Bordeaux.

Les travaux de cette thèse consistent plus précisément à établir des facteurs de similitude pour un système de contreventement utilisé dans les bâtiments en bois de la figure 1 (Tour *Silva*). Pour cela, des approches expérimentales, analytiques puis numériques sont adoptées (figure 3). Pour mieux comprendre les différences entre ces approches, l'étude est divisée en plusieurs niveaux, on parlera de démarche multi-niveaux. De cette façon les facteurs sont établis pour le comportement des assemblages, puis le comportement statique et dynamique de la structure.

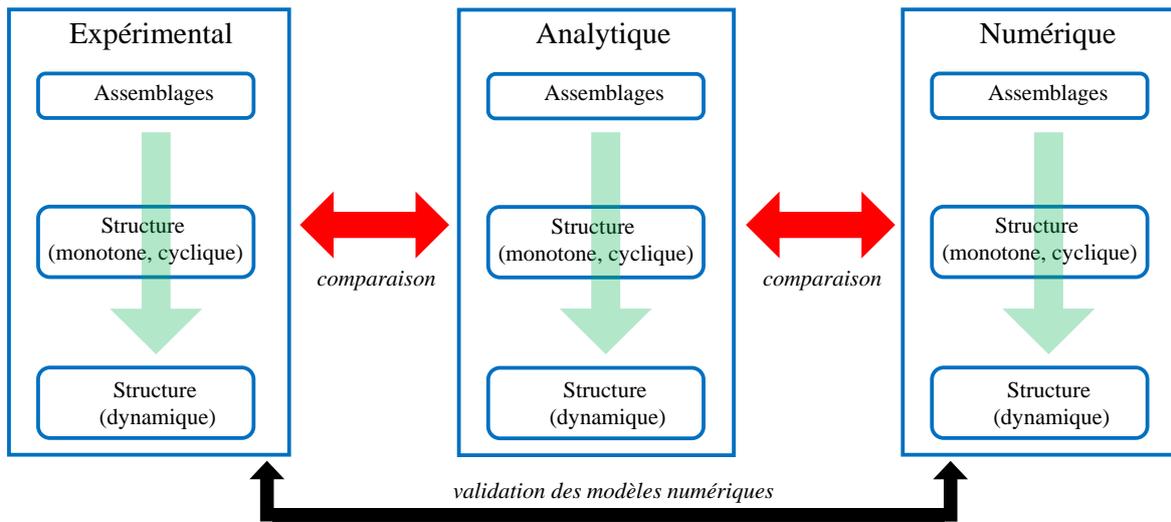


FIGURE 3 – Méthodologie de la thèse

— **Approche expérimentale :**

Des essais monotones, cycliques et dynamiques sont réalisés sur les assemblages et la structure aux échelles 1, 1/2, 1/3. A partir des résultats obtenus, des facteurs de similitude *expérimentaux* sont établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3.

— **Approche analytique :**

Des facteurs de similitude *analytiques* sont estimés à partir de méthodes analytiques. L'avantage de cette méthode est que les résultats obtenus sont généralisables. Selon une démarche multi-niveau, les facteurs sont établis en premier lieu pour les assemblages, puis pour le comportement monotone, cyclique et dynamique de la structure. A chacune de ces étapes, les facteurs analytiques sont comparés à ceux expérimentaux. Cela permet d'évaluer les limites des méthodes analytiques.

— **Approche numérique :**

Compte tenu des limites de l'approche analytique, des modèles numériques aux éléments finis sont élaborés. Selon une démarche multi-niveau, cette approche numérique est effectuée pour le comportement des assemblages puis celui de la structure (en monotone, cyclique puis en dynamique). Les comportements calculés sont comparés à ceux obtenus expérimentalement. Ensuite, des facteurs de similitude « numériques » sont issus de ces modèles. Les différences entre les facteurs numériques et analytiques sont étudiées, pour différentes configurations des assemblages ou de la structure. Enfin, les paramètres d'entrée sont entachés d'incertitude : variabilité des propriétés des éléments constitutifs de la structure (assemblages, éléments structuraux,...), incertitudes sur les mesures,... Par conséquent une étude de la propagation de l'incertitude sur les variables d'intérêt a été menée, afin de quantifier ses effets sur les lois de similitude.

Chapitre 1

Lois de similitude et état de l'art

Sommaire

1.1	Historique	5
1.1.1	Mécanique des fluides	5
1.1.2	Aérospatial	5
1.1.3	Transport terrestre	5
1.1.4	Eolien	6
1.1.5	Génie Civil	6
1.2	Méthodes de constitution des lois de similitude	6
1.2.1	Notion de relations de similitude et de distorsions	6
1.2.2	Constitution des relations de similitude par STAGE	7
1.2.3	Constitution des relations de similitude par DA	8
1.2.4	Comparaison des méthodes DA et STAGE	11
1.2.5	Application sur un exemple élémentaire	12

1.1 Historique

Les lois de similitude ont été étudiées dans différents domaines [CBR16, CPF19]. Elles ont été développées principalement en mécanique des fluides et en aérospatial. Par la suite, d'autres domaines connaissent l'émergence des lois de similitude, notamment le transport terrestre, et enfin le Génie Civil.

1.1.1 Mécanique des fluides

Tout d'abord les lois de similitude ont été développées en mécanique des fluides [PWR17, Zoh15, FBVS19, LYP08]. Dans ce domaine, les dimensions de certains phénomènes à étudier sont telles que l'emploi des lois de similitudes est indispensable. Les lois de similitude ont été développées à travers la méthode *DA* notamment, qui est basée sur l'analyse dimensionnelle. Certains nombres adimensionnels sont usuels tels que les nombres de *Reynolds*, *Froude*, *Cauchy*, *Mach*... Ces nombres ont des significations physique importantes pour l'ingénieur, comme le nombre de *Reynold* qui permet de prévoir les phénomènes de turbulence.

1.1.2 Aérospatial

Les lois de similitude ont également connu un développement notable en mécanique des structures pour l'aérospatial [CBR16, Cou17], durant la deuxième moitié du XX^{ème} siècle. En effet, l'aérospatial connaissait un développement exceptionnel durant cette période, et la complexité d'expérimenter sur des véhicules de grande taille a grandement motivé l'utilisation de lois de similitude. Plus particulièrement, des domaines d'utilisation des lois de similitude sont le comportement statique et dynamique : de structures composites [SR93b, RSR95, HRS01, DRFC16], de structures cylindriques en acier [LZZ15, LZZ14, LWZ15, TJN08] pour des moteurs d'avion notamment. La méthode *DA* fut la plus utilisée pendant cette période [Wis68, BWD91] avant le développement, à la fin du XX^{ème} siècle, de la méthode *STAGE* [SR93a, SR93b, RSR95, LZZ15, LZZ14, LWZ15]. Enfin, certains auteurs [LZZ15, LZZ14, LWZ15] mettent en évidence des problématiques de distorsions géométriques. Ils établissent alors de nouvelles lois de similitude, sur la base de simulations numériques et d'études de sensibilité.

1.1.3 Transport terrestre

Par la suite, le domaine d'utilisation des lois de similitude s'est diversifié, notamment dans l'étude de chocs sur des véhicules terrestres (automobile, ferroviaires,...) [LXY19, OA09, DRD94]. Ces auteurs essaient d'intégrer, dans les lois de similitude, les contraintes dynamiques dues aux vitesses de déformations élevées. Certains soulèvent également la difficulté de conserver par changement d'échelle la géométrie et les propriétés matérielles. Cela cause des erreurs dans l'estimation du comportement de l'échelle 1.

1.1.4 Eolien

On note aussi une utilisation des lois de similitude pour l'étude statique [ENS17a, ENS15b, ANS17] et dynamique [ENS17b, ENS15a] de structures poutres composites pour des éoliennes, avec l'utilisation de la méthode *STAGE*. Les auteurs évoquent la difficulté de respecter la similitude sur les propriétés fondamentales des sections (dimensions, disposition des matériaux,...). Pour cela ils utilisent les règles de similitude sur les caractéristiques globales des sections (raideurs flexionnelles, de cisaillement,...).

1.1.5 Génie Civil

Enfin, on note depuis plus récemment l'émergence des lois de similitude dans les structures du Génie Civil [KM81], parmi lesquelles les bâtiments et ponts. Les domaines d'étude sont principalement le comportement dynamique des structures. Pour cela des lois de similitude usuelles ont été établies, à partir de la méthode *DA*. Parmi ces lois usuelles, on note celles *Mass Based* et *Acceleration Based* [KKC04]. Néanmoins ces lois usuelles présentent quelques inconvénients pour la réalisation des essais à l'échelle réduite :

- la loi *Mass Based* nécessite de modifier la gravité, ce qui est techniquement impossible,
- la loi *Acceleration Based* ne permet pas de conserver par changement d'échelle la masse volumique des matériaux.

Certains auteurs utilisent les lois de similitude usuelles ou la méthode *DA*, pour des structures en béton [MK08, GLG19, GJE18] et des structures en acier [ZM16, BB15, NS19, YZZ10] sans toutefois y apporter de développements majeurs. Ces auteurs soulèvent néanmoins la difficulté de conserver par changement d'échelle le matériau et la géométrie. Cela peut causer des erreurs dans l'estimation du comportement de l'échelle 1. Ils montrent ensuite que ces erreurs peuvent être réduites si les lois de similitude sont établies sur la base de paramètres globaux. Ces derniers sont les caractéristiques mécaniques des sections, voire la raideur de la structure ou de ses composants [KKC04, BB15]. Pour les structures en béton, certains auteurs ont apporté des développements aux lois de similitude, en particulier pour la prise en compte des non-linéarités matérielles [PC14, GMZ08, KLC09, MZ11, KM81]. Néanmoins, les nouvelles lois de similitude comportent des facteurs dépendants du temps, notamment celui sur la masse. Cela complique fortement les essais à l'échelle réduite. Enfin pour les structures en bois, les lois de similitude usuelles ont été utilisées par quelques auteurs [XX18, HLL18]. Néanmoins, aucune étude n'a remis en question les lois usuelles pour le cas particulier des structures bois.

1.2 Méthodes de constitution des lois de similitude

1.2.1 Notion de relations de similitude et de distorsions

Les facteurs de similitude sont issus de *relations de similitude* (tableau 1.1). Le nombre de relations est généralement inférieur au nombre de facteurs à déterminer. Par conséquent, les lois de similitude vérifiant les relations ne sont pas uniques. Il arrive parfois que les facteurs de

1.2. MÉTHODES DE CONSTITUTION DES LOIS DE SIMILITUDE

certains paramètres ne puissent pas respecter les relations de similitude, du fait de contraintes techniques. De tels phénomènes, nommés *distorsions de similarité*, ou *distorsions*, peuvent causer des biais dans l'estimation du facteur de la variable d'intérêt.

Relations de similitude (arbitraires, pour l'exemple)		
$\begin{cases} \lambda_{x1} = \lambda_{x2} \\ \lambda_{x0} = \lambda_{x1}^2 \end{cases} \quad (1.1)$		
Lois de similitude vérifiant les relations (1.1)		
Loi 1	...	Loi n
$\begin{cases} \lambda_{x1} = 2 \\ \lambda_{x2} = 2 \\ \lambda_{x0} = 4 \end{cases} \quad (1.2)$...	$\begin{cases} \lambda_{x1} = 5 \\ \lambda_{x2} = 5 \\ \lambda_{x0} = 25 \end{cases} \quad (1.3)$
Lois de similitude ne vérifiant pas les relations (1.1) (distorsions)		
Loi 1	...	Loi n
$\begin{cases} \lambda_{x1} = 2 \\ \lambda_{x2} = 3 \\ \lambda_{x0} = 4 \end{cases} \quad (1.4)$...	$\begin{cases} \lambda_{x1} = 5 \\ \lambda_{x2} = 1 \\ \lambda_{x0} = 25 \end{cases} \quad (1.5)$

Tableau 1.1 – Principe des relations de similitude, pour deux paramètres x_1, x_2 et une variable d'intérêt x_0 (figure 2)

Pour constituer les relations de similitude, on considère d'abord que les paramètres et la variable d'intérêt sont reliés par une équation, désignée *équation directrice*. L'équation directrice est composée entièrement ou partiellement des équations du comportement, des équations d'équilibre, des équations de compatibilité, des conditions aux limites et / ou initiales... Elle peut être linéaire ou non linéaire. Elle est unique une fois que les hypothèses sont définies, et s'écrira :

$$f_0(x_0, \dots, x_n) = 0 \quad (1.6)$$

x_0 est la variable d'intérêt et (x_1, \dots, x_n) sont des paramètres (indépendants) dont dépend x_0 . Ensuite on considère le principe selon lequel les facteurs de similitude doivent garantir la conservation, par changement d'échelle, de l'équation directrice. Autrement dit, si l'équation est vérifiée à l'échelle réduite, alors elle doit l'être également à l'échelle 1. C'est de cette façon générale que sont obtenues les relations de similitude. Il existe différentes méthodes pour déterminer les relations de similitude : *STAGE* (*Similitude Theory Applied to Governing Equations*) [Cou17,SR93a] et *DA* (*Dimensional Analysis*) [Wis68]. Ces méthodes sont présentées dans les parties 1.2.2 et 1.2.3.

1.2.2 Constitution des relations de similitude par STAGE

La méthode *STAGE* [Cou17,SR93a] consiste à déterminer puis utiliser l'équation directrice (1.6) pour constituer les relations de similitude. L'équation directrice n'est cependant pas à

1.2. MÉTHODES DE CONSTITUTION DES LOIS DE SIMILITUDE

résoudre. Ensuite, les facteurs doivent garantir la conservation de l'équation directrice par changement d'échelle. Autrement dit, si l'équation directrice est vérifiée à l'échelle réduite, soit

$$f_0 \left(x_0^{(R)}, \dots, x_n^{(R)} \right) = 0 \quad (1.7)$$

alors elle doit l'être également à l'échelle 1 :

$$f_0 \left(x_0^{(F)}, \dots, x_n^{(F)} \right) = f_0 \left(\lambda_{x_0} x_0^{(R)}, \dots, \lambda_{x_n} x_n^{(R)} \right) = 0 \quad (1.8)$$

En injectant l'équation (1.7) dans celle (1.8), on obtient des relations entre les facteurs, qui sont les relations de similitude.

On notera que :

- Les relations de similitude comportent plus d'inconnues (facteurs) que d'équations [Cou17, SR93a]. Il est alors possible de fixer certains facteurs, puis d'en déduire les autres par les relations de similitude.
- Les relations de similitude sont les conditions suffisantes et nécessaires pour la conservation de l'équation directrice (1.6). Autrement dit, les facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice sont systématiquement admis par les relations de similitude.

Enfin, on peut utiliser la relation [Cou17] exprimant les dérivées à l'échelle 1 en fonction des dérivées aux échelles réduites

$$\frac{\partial x_0^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} = \frac{\lambda_{x_0} \partial x_0^{(R)}}{\lambda_{x_j} \partial x_j^{(R)}} \quad (1.9)$$

ou plus généralement :

$$\frac{\partial^k x_0^{(F)}}{\partial x_1^{(F)} \dots \partial x_k^{(F)}} = \frac{\lambda_{x_0}}{\lambda_{x_1} \dots \lambda_{x_k}} \frac{\partial^k x_0^{(R)}}{\partial x_1^{(R)} \dots \partial x_k^{(R)}} \quad (1.10)$$

1.2.3 Constitution des relations de similitude par DA

Dans la méthode *DA*, développée antérieurement à la méthode *STAGE*, l'équation directrice (1.6) n'est pas nécessairement connue. Les relations de similitude sont basées sur l'analyse dimensionnelle. Pour cela, les variables (x_0, \dots, x_n) associées au comportement doivent être définies.

1.2.3.1 Constitution de nombres adimensionnels

Tout d'abord une analyse dimensionnelle [Wis68] consiste à déterminer, pour chaque variable x_j , les coefficients (a_{1j}, \dots, a_{rj}) vérifiant

$$[x_j] = \prod_{i=1}^r d_i^{a_{ij}} \quad (1.11)$$

1.2. MÉTHODES DE CONSTITUTION DES LOIS DE SIMILITUDE

$[x_j]$ est l'unité de x_j et (d_1, \dots, d_r) sont des unités fondamentales. Il existe une infinité de possibilités pour l'ensemble $\{d_1, \dots, d_r\}$. Toutefois les unités (d_1, \dots, d_r) doivent être indépendantes, soit :

$$\prod_{i=1}^r d_i^{a_{ij}} = 1 \Leftrightarrow \{a_{1j}, \dots, a_{rj}\} = \{0, \dots, 0\} \quad (1.12)$$

Ainsi pour chaque variable x_j , une fois (d_1, \dots, d_r) fixées, l'ensemble $\{a_{1j}, \dots, a_{rj}\}$ est unique. Mais sa taille minimale, r_{\min} , est imposée par la définition des variables (x_0, \dots, x_n) . Par exemple, pour des comportements mécaniques dynamiques, on a $r_{\min} = 3$, et les unités fondamentales usuelles sont {Newton, mètre, seconde} ou {kilogramme, mètre, seconde}. Enfin pour chaque unité $[x_j]$, la notation

$$[x_j] = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{rj} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

est adoptée. Puis la matrice dimensionnelle

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} a_{10} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{r0} & \cdots & a_{rn} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

est définie, avec $\text{rang}(\mathbf{D}) \leq r$. Par la suite, on considère $r = r_{\min}$, d'où $\text{rang}(\mathbf{D}) = r$.

Le théorème de *Vaschy* et *Buckingham* (théorème π), énonce qu'il est possible de constituer $p = (n + 1) - \text{rang}(\mathbf{D}) = (n + 1) - r$ nombres adimensionnels $(\pi_0, \dots, \pi_{p-1})$ indépendants. Ces derniers sont de la forme suivante :

$$\pi = \prod_{j=0}^n x_j^{\alpha_j} \quad (1.15)$$

Ainsi compte tenu de l'équation (1.11), on en déduit

$$[\pi] = \left[\prod_{j=0}^n x_j^{\alpha_j} \right] = \prod_{j=0}^n [x_j]^{\alpha_j} = \prod_{j=0}^n \prod_{i=1}^r d_i^{a_{ij}\alpha_j} = \prod_{i=1}^r d_i^{\sum_{j=0}^n a_{ij}\alpha_j} \quad (1.16)$$

Puis en utilisant la notation de l'équation (1.13), on obtient :

$$[\pi] = \begin{pmatrix} \sum_{j=0}^n a_{1j}\alpha_j \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^n a_{rj}\alpha_j \end{pmatrix} = \sum_{j=0}^n \alpha_j \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{rj} \end{pmatrix} = \mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

La condition d'adimensionnalité de π s'écrit :

$$[\pi] = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

1.2. MÉTHODES DE CONSTITUTION DES LOIS DE SIMILITUDE

En combinant avec l'équation (1.17), on en déduit

$$\mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Le système d'équations (1.19) comporte r équations à $n + 1$ inconnues. $p = (n + 1) - r$ inconnues peuvent alors être choisies, par exemple $(\alpha_0, \dots, \alpha_{p-1})$, puis les r restantes $(\alpha_p, \dots, \alpha_n)$ sont imposées par l'équation (1.19). L'équation (1.19) admet p solutions indépendantes à déterminer. Il existe une infinité de possibilités pour ces solutions (nombres π).

Certains choix sont proposés par la méthode dite *Repeating Variables* [PWR17, Zoh15]. Cette méthode établit les nombres π de la façon suivante : il s'agit d'abord de choisir r variables (x_p, \dots, x_n) d'unités indépendantes. Ces variables sont nommées *Repeating Variables*, et les autres (x_0, \dots, x_{p-1}) sont nommées *Non Repeating Variables*. On choisit une *Non Repeating Variable*, pour laquelle le coefficient α est fixé à 1. Pour les autres *Non Repeating Variables*, les coefficients α sont fixés à 0. Puis les coefficients α des *Repeating Variables* sont déduits de l'équation (1.19). En répétant cela pour les p *Non Repeating Variables*, on obtient p nombres π indépendants.

1.2.3.2 Dédution des relations de similitude

Les relations entre les facteurs de similitude sont déduites des nombres adimensionnels et du théorème π . Tout d'abord ce théorème énonce que l'équation (1.6), entre les variables (x_0, \dots, x_n) , peut s'écrire sous une forme adimensionnelle [Wis68] :

$$f_0(x_0, \dots, x_n) = 0 \Leftrightarrow g_0(\pi_0, \dots, \pi_{p-1}) = 0 \quad (1.20)$$

Pour rappel, l'équation (1.20) doit être conservée par changement d'échelle. Cela est le cas si la condition (1.21) est vérifiée, avec « F » et « R » respectivement les échelles 1 et réduite.

$$\forall i : \pi_i^{(F)} = \pi_i^{(R)} \quad (1.21)$$

Par conséquent, si les facteurs de similitude vérifient les relations

$$\forall i : \pi_i^{(F)} = \pi_i^{(R)} \Leftrightarrow \prod_{j=0}^n \left(x_j^{(F)} \right)^{\alpha_{ij}} = \prod_{j=0}^n \left(x_j^{(R)} \right)^{\alpha_{ij}} \Leftrightarrow \prod_{j=0}^n \left(\frac{x_j^{(F)}}{x_j^{(R)}} \right)^{\alpha_{ij}} = 1 \Leftrightarrow \prod_{j=0}^n \lambda_{x_j}^{\alpha_{ij}} = 1 \quad (1.22)$$

alors ils garantissent la conservation de l'équation (1.20), donc peuvent être retenus.

On notera que :

- Il est possible de fixer r facteurs de similitude, puis les $(n + 1) - r$ autres sont imposés par l'équation (1.22).

1.2. MÉTHODES DE CONSTITUTION DES LOIS DE SIMILITUDE

- Les relations de similitude (1.22) ne dépendent pas du choix adopté pour les nombres π . En effet, tout autre nombre adimensionnel défini par l'équation (1.15) n'est qu'une combinaison des nombres π choisis. Par conséquent, si la condition (1.21) est vérifiée pour les nombres π choisis, alors elle l'est pour tout autre nombre adimensionnel. Autrement dit, les différents choix possibles pour les nombres π aboutissent à des relations (1.21) et (1.22) équivalentes. Cependant, certains choix aboutissent à des formes plus exploitables de l'équation (1.22). Par exemple avec la méthode *Repeating Variables*, si les *Repeating Variables* choisies sont celles dont les facteurs sont connus, alors l'équation (1.22) est obtenue sous une forme donnant explicitement les facteurs inconnus.
- Les conditions (1.22) sont suffisantes mais non nécessaires à la conservation de l'équation (1.20). Autrement dit, il est possible que des facteurs garantissant la conservation de l'équation (1.20) ne soient pas admis par les relations de similitude (1.22).

Enfin, la méthode *DA* a pour conséquence le fait que doivent être respectées :

- la *similitude géométrique* qui est la conservation par changement d'échelle du rapport de longueurs,
- la *similitude cinématique* qui est la conservation du rapport de vitesses et du rapport d'accélération,
- la *similitude dynamique* qui est la conservation du rapport de forces et du rapport de masses.

1.2.4 Comparaison des méthodes *DA* et *STAGE*

Les avantages et inconvénients des méthodes *DA* et *STAGE* sont donnés dans le tableau 1.2. Comme indiqué dans ce tableau, avec *STAGE*, les facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice sont toujours admis. En revanche, avec *DA*, il est possible que des facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice ne soient pas admis. Autrement dit, les relations issues de *DA* peuvent imposer plus de contraintes sur les facteurs que les relations issues de *STAGE*. Les relations imposant des contraintes fortes seront nommées par la suite relations *restrictives* ou *contraignantes*. Plus les relations de similitude sont restrictives, plus elles sont difficilement compatibles avec les contraintes techniques. C'est pourquoi il est souhaitable que les relations de similitude soient les moins restrictives possible.

Méthode	<i>DA</i>	<i>STAGE</i>
Avantages	Non nécessité de déterminer l'équation directrice	Les facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice sont toujours admis
Inconvénients	Il est possible que des facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice ne soient pas admis	Nécessité de déterminer l'équation directrice

Tableau 1.2 – Avantages et inconvénients des méthodes *DA* et *STAGE*

1.2.5 Application sur un exemple élémentaire

A titre d'exemple, les méthodes *DA* et *STAGE* sont considérées ci-après pour étudier le comportement statique d'un poteau (figure 1.1). Dans cet exemple, la variable d'intérêt est la contrainte normale maximale, σ , en pied de poteau. Les paramètres dont dépend la variable d'intérêt sont :

- les forces extérieures P_1, P_2 ,
- la hauteur du poteau H ,
- les dimensions b, h de la section droite suivant les axes z et y , respectivement.

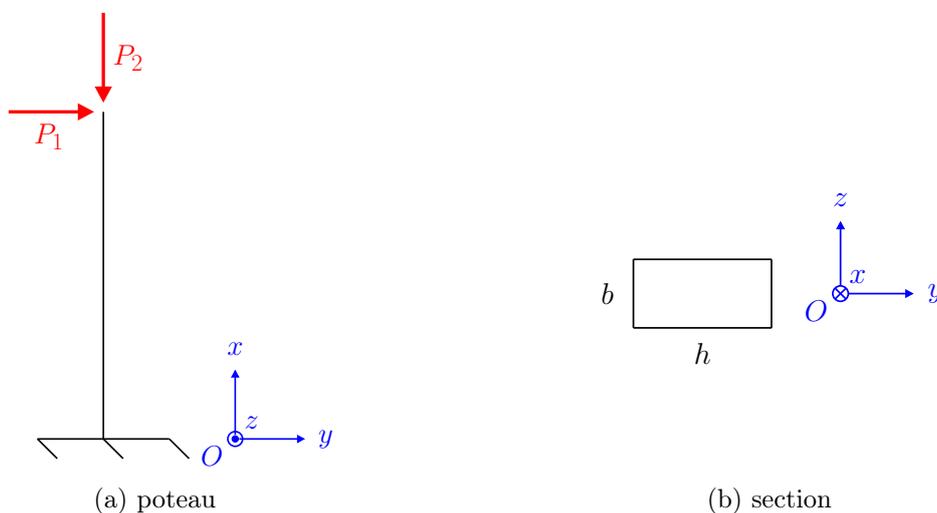


FIGURE 1.1 – Exemple d'application des méthodes *DA* et *STAGE*

- **Utilisation de la méthode *DA* :**

Tout d'abord, les dimensions fondamentales adoptées sont « m » et « Pa ». Par ailleurs les nombres adimensionnels π sont de la forme (conformément à (1.15)) :

$$\pi = b^{\alpha_b} h^{\alpha_h} H^{\alpha_H} P_1^{\alpha_{P1}} P_2^{\alpha_{P2}} \sigma^{\alpha_\sigma} \quad (1.23)$$

1.2. MÉTHODES DE CONSTITUTION DES LOIS DE SIMILITUDE

Puis la condition d'adimensionnalité est (conformément à (1.19)) :

$$[\pi] = \mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_b \\ \alpha_h \\ \alpha_H \\ \alpha_{P1} \\ \alpha_{P2} \\ \alpha_\sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

avec

$$\mathbf{D} = ([b] \ [h] \ [H] \ [P_1] \ [P_2] \ [\sigma]) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Les nombres adimensionnels sont obtenus par la méthode *Repeating Variables*, où les *Repeating Variables* choisies ici sont H et P_1 . On obtient alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = \frac{b}{H} \\ \pi_2 = \frac{h}{H} \\ \pi_3 = \frac{P_2}{P_1} \\ \pi_4 = \frac{\sigma H^2}{P_1} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.26a) \\ (1.26b) \\ (1.26c) \\ (1.26d) \end{array}$$

Enfin la conservation par changement d'échelle des nombres adimensionnels aboutit aux relations de similitude

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_b = \lambda_H \\ \lambda_h = \lambda_H \\ \lambda_{P2} = \lambda_{P1} \\ \lambda_\sigma = \frac{\lambda_{P1}}{\lambda_H^2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.27a) \\ (1.27b) \\ (1.27c) \\ (1.27d) \end{array}$$

— **Utilisation de la méthode *STAGE* :**

L'équation directrice est constituée des équations d'équilibre, des conditions aux limites, et de la relation liant la contrainte maximale aux efforts internes. Les équations d'équilibre dans le plan (x, y) sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial M}{\partial x} + F_y = 0 \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial F_x}{\partial x} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.28a) \\ (1.28b) \\ (1.28c) \end{array}$$

avec M le moment, F_y l'effort tranchant et F_x l'effort normal. Les conditions aux limites sont

$$\begin{cases} F_x(x = H) = P_2 & (1.29a) \\ F_y(x = H) = P_1 & (1.29b) \end{cases}$$

Enfin la relation entre la contrainte maximale σ et les efforts internes est :

$$\sigma = \frac{F_x(x = 0)}{bh} + \frac{6M(x = 0)}{bh^2} \quad (1.30)$$

En utilisant la méthode *STAGE* sur chacune des équations (1.28), (1.29) et (1.30), les relations de similitude sont respectivement :

$$\frac{\lambda_M}{\lambda_x} = \lambda_{F_y} \quad (1.31)$$

$$\begin{cases} \lambda_{F_x} = \lambda_{P_2} & (1.32a) \\ \lambda_{F_y} = \lambda_{P_1} & (1.32b) \end{cases}$$

$$\lambda_\sigma = \frac{\lambda_{F_x}}{\lambda_b \lambda_h} = \frac{\lambda_M}{\lambda_b \lambda_h^2} \quad (1.33)$$

Avec $\lambda_x = \lambda_H$, les relations (1.31) à (1.33) peuvent aussi s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\lambda_{P_2}}{\lambda_{P_1}} = \frac{\lambda_H}{\lambda_h} & (1.34a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_\sigma = \frac{\lambda_{P_2}}{\lambda_b \lambda_h} & (1.34b) \end{cases}$$

— Comparaison des méthodes *DA* et *STAGE* :

Comme évoqué dans la partie 1.2.4, les relations de similitude issues de *DA* peuvent être plus contraignantes que celles issues de *STAGE*. En effet pour l'exemple précédent, les facteurs $\lambda_b = 1$, $\lambda_h = \lambda_H = 2$, $\lambda_{P_1} = \lambda_{P_2} = 4$, $\lambda_\sigma = 2$ sont admis par *STAGE*, car ils vérifient les relations (1.34). En revanche, ces facteurs ne sont pas admis par *DA*, car ils ne vérifient pas les relations (1.27).

Chapitre 2

Facteurs de similitude par des approches expérimentales

Sommaire

2.1	Présentation de la structure et des assemblages	16
2.1.1	Structure	16
2.1.2	Conception des assemblages	18
2.1.3	Comportements des assemblages	21
2.2	Essais monotones et cycliques sur les assemblages et la structure .	22
2.2.1	Procédure des essais monotones et cycliques	22
2.2.2	Analyse du comportement des assemblages	27
2.2.3	Analyse du comportement de la structure	41
2.2.4	Détermination des facteurs de similitude expérimentaux	44
2.2.5	Conclusion	49
2.3	Essais dynamiques sur la structure	49
2.3.1	Essais sur table vibrante	50
2.3.2	Essais au marteau de choc	54
2.4	Conclusion	62

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

Dans ce chapitre, la structure étudiée et ses assemblages sont d'abord définis. Ensuite, des essais monotones, cycliques puis dynamiques sont réalisés, sur les assemblages et la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. A partir des comportements obtenus, des facteurs de similitude expérimentaux sont établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3. La démarche est illustrée sur la figure 2.1.

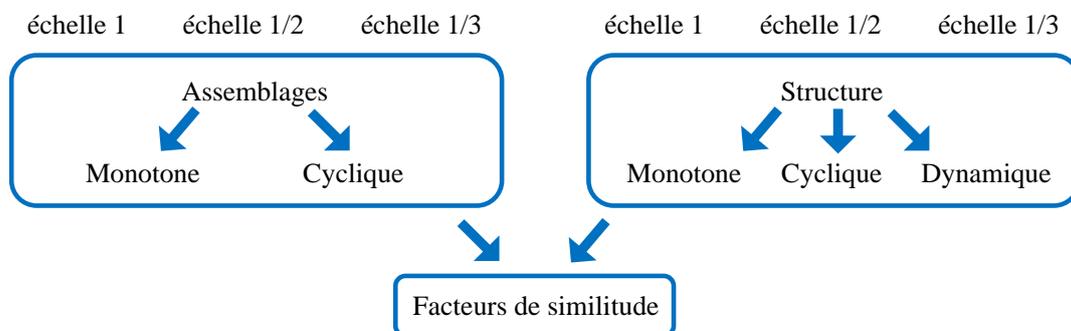


FIGURE 2.1 – Méthodologie générale de l'approche expérimentale

2.1 Présentation de la structure et des assemblages

Cette partie a pour objectif de présenter la conception de la structure et de ces assemblages, et de faire ressortir les variables d'intérêt qui devront être identifiées.

2.1.1 Structure

La structure bois testée est présentée sur la figure 2.2. Il s'agit d'un système de contreventement, à un ou deux niveaux, assez semblable à celui de la tour *Silva* (figure 1a). Ce système est constitué d'éléments poteaux / poutres de classe *C24* (norme NF EN 338 [NE03]). Ces éléments sont connectés par des plaques métalliques et des assemblages brochés, avec des aciers de type « non alliés ». L'utilisation de pièces métalliques entre les éléments est courante dans les constructions bois actuelles, car elle permet une meilleure esthétique, une réduction de l'encombrement, et un gain de résistance. La structure est conçue pour reprendre les sollicitations extérieures latérales dans les diagonales de contreventement. Cela permet d'augmenter la rigidité de la structure.

Les paramètres à l'échelle 1 sont donnés dans le tableau 2.1. La structure à l'échelle 1 est plus petite que le système de contreventement de la tour *Silva*, celui-ci s'étendant sur trois étages. Ce choix provient du fait qu'une structure trop haute dépasse les capacités expérimentales des laboratoires du *FCBA* ou de l'*I2M*. Néanmoins, l'élanement de la structure reste proche de celui du système de contreventement de la tour *Silva*. Les longueurs de plaques métalliques sont définies de façon à éviter le contact entre les éléments bois lors des essais. L'épaisseur des plaques (e_a) est définie de façon à éviter leur flambement. Les autres paramètres de sections sont principalement conditionnés par les assemblages. Enfin, une masse additionnelle est fixée sur la poutre de chaque

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

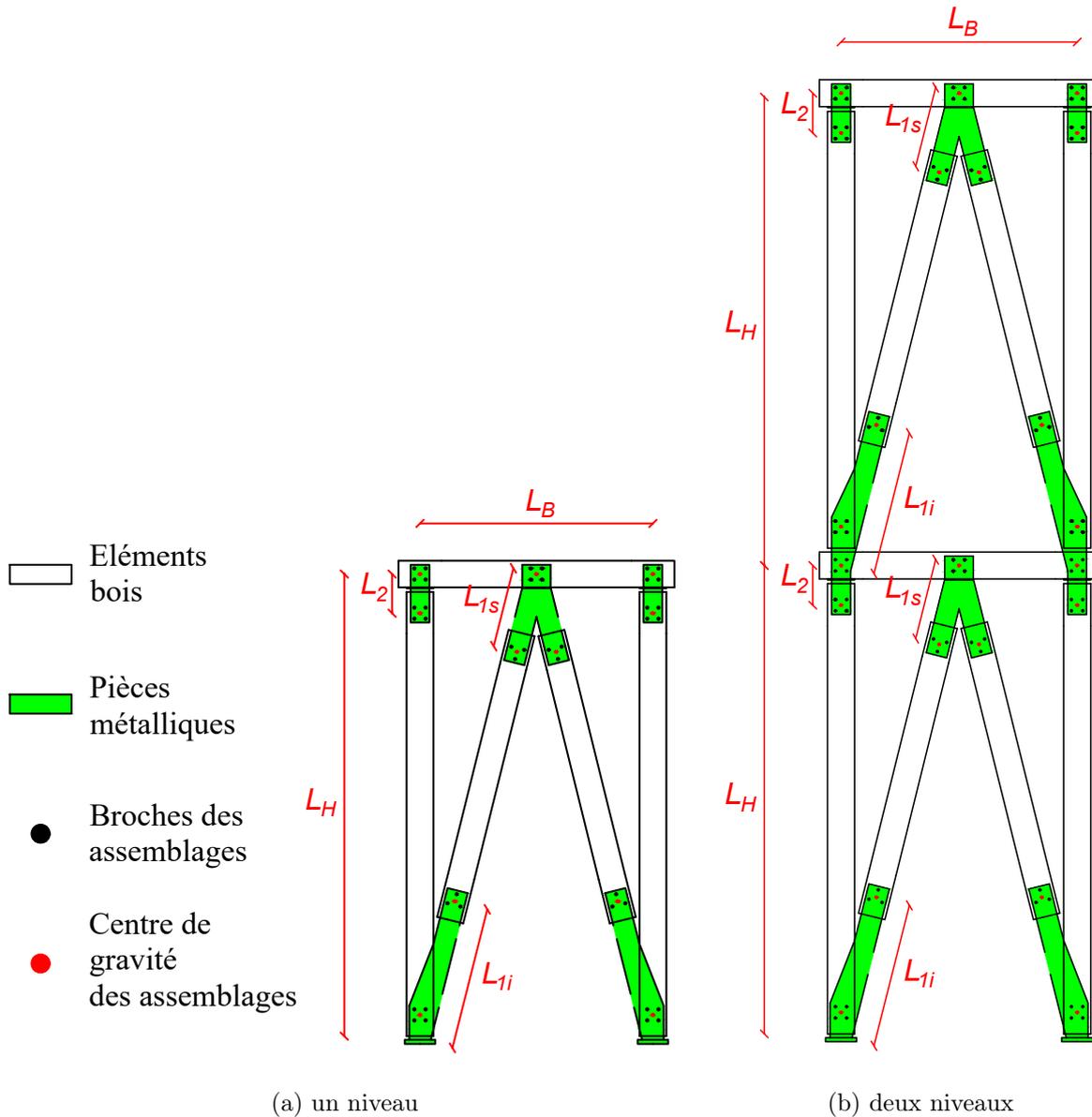


FIGURE 2.2 – Structure bois testée

niveau, afin de reproduire la masse des planchers. Cette masse additionnelle est $m_{ad} = 1\,500$ kg, soit une masse linéique $m_{ad}/L_B = 1\,200$ kg/m. Cela correspond par exemple à un plancher de 3 mètres de portée avec une masse surfacique 400 kg/m². La masse m_{ad} induit une charge verticale $Q_{ad} = 15$ kN.

Les échelles réduites de la structure, $1/2$ et $1/3$, sont définies dans le tableau 2.1. Le terme « échelle $1/2$ » signifie que les principales dimensions de la structure (notamment L_B et L_H), sont divisées par 2. De même « échelle $1/3$ » signifie que les principales dimensions sont divisées par 3. Certaines dimensions (L_{1i} , L_{1s} , L_2 et e) aux échelles réduites comportent des distorsions, dont il faudra tenir compte dans l'analyse. Enfin les types de matériaux utilisés sont identiques à ceux de l'échelle 1.

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

Paramètre	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Matériau			
Type de bois	<i>C24</i>		
Type d'acier	<i>non allié</i>		
Dimensions (mm)			
Largeur structure L_B	1 250	625	416,7
Hauteur structure L_H	2 500	1 250	833,3
Longueur L_{1i}	772,3	408,7	272,3
Longueur L_{1s}	434,2	239,6	159,1
Longueur L_2	212	145,9	125,5
Epaisseur des plaques métalliques e_a	15	8	5
Epaisseur des éléments bois e_b	80	40,5	26,7
Largeur des plaques métalliques l_a	112	56	37,3
Largeur des éléments bois l_b	144	72	48
Chargement et conditions aux limites			
Masse additionnelle m_{ad} (kg)	1 500	375	167
Charge verticale induite Q_{ad} (kN)	15	3,75	1,67
Conditions aux limites	Structure encastrée / appuyée au sol		

Tableau 2.1 – Paramètres de la structure (un et deux niveaux)

En situation sismique, la rupture fragile est susceptible d'apparaître principalement dans les assemblages des diagonales, où les contraintes sont les plus importantes. Cette rupture se produit pour une certaine déformation de ces assemblages, ou pour un certain déplacement du haut de la structure par rapport au sol. Ainsi on considère comme variables d'intérêt la déformation des assemblages et le déplacement en haut de la structure. Pour appréhender ces variables d'intérêt, une bonne compréhension du comportement monotone et cyclique est indispensable.

Afin d'éviter la rupture des assemblages, cette dernière est conçue pour dissiper le maximum d'énergie à travers ses assemblages. Plus particulièrement, la dissipation d'énergie est concentrée dans les assemblages des diagonales (à trois broches), où les sollicitations sont les plus élevées. De cette façon la dissipation d'énergie peut être mieux maîtrisée. Quant aux assemblages poteaux / poutres, ils sont conçus pour rester dans le domaine élastique, d'où le choix de quatre broches. Une bonne compréhension du comportement des assemblages des diagonales est nécessaire.

2.1.2 Conception des assemblages

Les assemblages bois / métal sont présentés sur les figures 2.3a et 2.3b. Ils sont constitués de trois broches métalliques, assurant la transmission des efforts entre le bois et la plaque métallique. Pour la plaque métallique, le positionnement au milieu de la poutre plutôt qu'à l'extérieur est couramment adopté dans les nouvelles constructions bois. Cela permet une meilleure protection de l'acier en situation d'incendie et une meilleure esthétique.

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

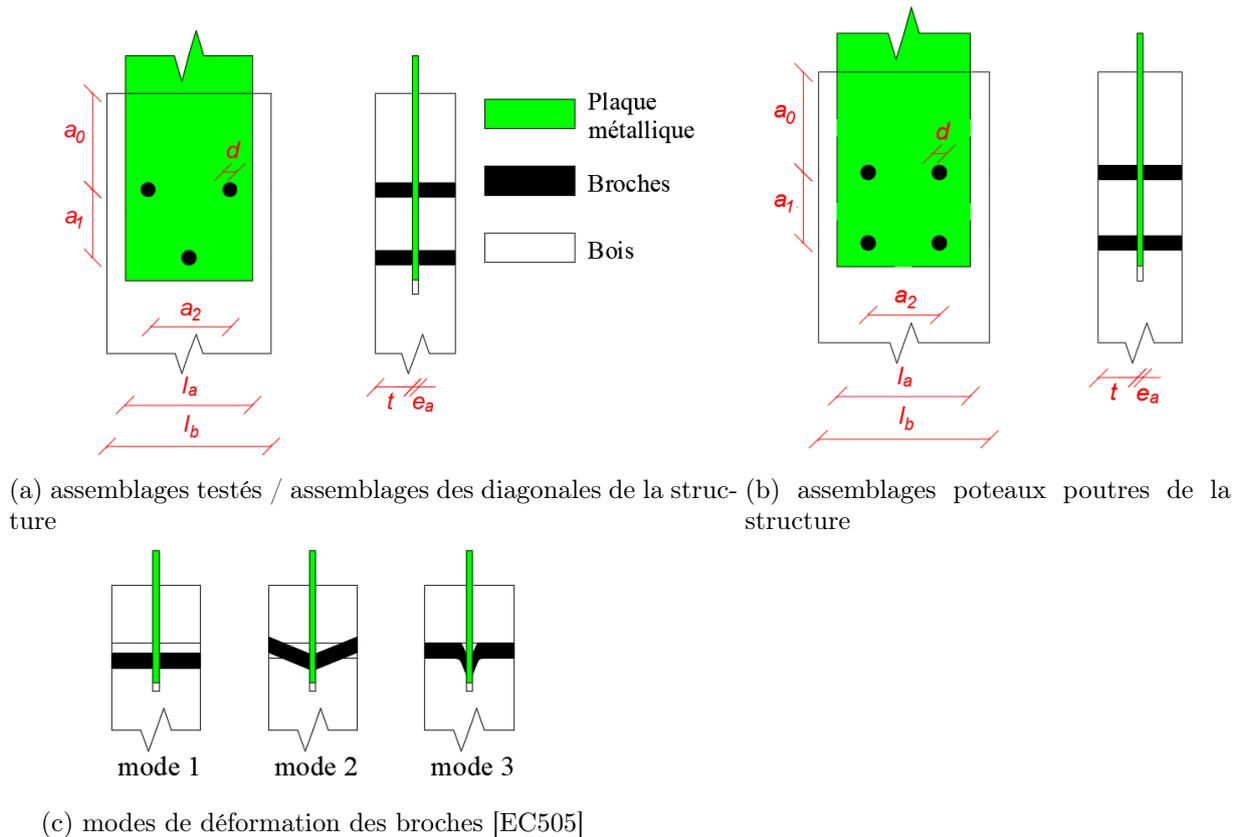


FIGURE 2.3 – Assemblages bois / métal

Les dimensions à l'échelle 1 sont données dans le tableau 2.2. Le diamètre d des broches et la demi-longueur t de contact du bois et de la broche sont définies selon les critères suivants :

- La capacité de dissipation d'énergie des assemblages doit être maximisée. Plus le mode de déformation des broches est ductile, plus cette capacité à dissiper est élevée. La figure 2.3c présente les modes de déformation possibles. Le mode 1 est le moins ductile et le mode 3 est le plus ductile [EC505, Ble00, Xu09]. Le mode 3 étant difficile à obtenir [Ble00], le mode 2 est celui recherché.
- Lors des essais sur assemblages et sur la structure, la force à appliquer pour rompre les assemblages ne doit pas dépasser la capacité du vérin. C'est pour cette raison que le nombre de broches est parfois fixé à 3.

Les espacements a_0 , a_1 , a_2 , l_b sont choisis de façon à minimiser les effets de bord. En effet, si ces espacements sont trop faibles, le comportement de l'assemblage peut être impacté, notamment avec l'apparition de ruptures fragiles du bois. C'est pourquoi l'*Eurocode 5* [EC505] recommande une valeur minimale réglementaire. Cette valeur est dépendante de la direction de sollicitation. On retient la direction de sollicitation la plus défavorable, parmi les essais réalisés. Ainsi, les espacements minimaux réglementaires pris en compte sont $a_0^{(\min)} = \max(7d; 80 \text{ mm}) = 84 \text{ mm}$, $a_1^{(\min)} = 5d = 60 \text{ mm}$, $((l_b - a_2)/2)^{(\min)} = 3d = 36 \text{ mm}$. On a aussi $(a_2/2)^{(\min)} = 3d = 36 \text{ mm}$ pour les assemblages à trois broches, et $a_2^{(\min)} = 3d = 36 \text{ mm}$ pour les assemblages à quatre broches. Finalement on vérifie que les espacements adoptés (tableau 2.2) sont supérieurs ou égaux

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

à ceux minimaux réglementaires.

Paramètre	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Type de bois	<i>C24</i>		
Type d'acier	<i>non allié</i>		
Diamètre des broches d (mm)	12	6	4
Demi-longueur de contact bois / broche t (mm)	32,5	16,25	10,8
Largeur de l'élément bois l_b (mm)	144	72	48
Assemblages testés seuls			
Épaisseur de la plaque métallique e_a (mm)	5		
Épaisseur de l'élément bois $e_b = e_a + 2t$ (mm)	70	37,5	26,7
Espacement a_0 (mm)	85	65	
Espacement a_1 (mm)	60	30	20
Espacement a_2 (mm)	72	36	24
Largeur de la plaque métallique l_a (mm)	100	70	50
Nombre de broches	3		
Assemblages des diagonales de la structure			
Épaisseur de la plaque métallique e_a (mm)	15	8	5
Épaisseur de l'élément bois $e_b = e_a + 2t$ (mm)	80	40,5	26,7
Espacement a_0 (mm)	85	65	43,2
Espacement a_1 (mm)	60	30	20
Espacement a_2 (mm)	72	36	24
Largeur de la plaque métallique l_a (mm)	112	56	37,3
Nombre de broches	3		
Assemblages poteaux / poutres de la structure			
Épaisseur de la plaque métallique e_a (mm)	15	8	5
Épaisseur de l'élément bois $e_b = e_a + 2t$ (mm)	80	40,5	26,7
Espacement a_0 (mm)	85	80	
Espacement a_1 (mm)	60	30	20
Espacement a_2 (mm)	60	30	20
Largeur de la plaque métallique l_a (mm)	112	56	37,3
Nombre de broches	4		

Tableau 2.2 – Paramètres des assemblages

Ensuite, les dimensions d'assemblages aux échelles réduites sont données dans le tableau 2.2. Pour l'échelle 1/2, les dimensions sont pour la plupart divisées par 2. De même pour l'échelle 1/3, les dimensions sont pour la plupart divisées par 3. Pour l'espacement a_0 , la valeur minimale réglementaire $a_0^{(\min)}$ est peu impactée par le changement d'échelle. C'est pourquoi aux échelles réduites, la réduction de a_0 par 2 ou 3 n'est pas effectuée. Néanmoins pour les échelles réduites, une valeur a_0 légèrement inférieure à $a_0^{(\min)}$ est adoptée. Cela permet d'éviter des disproportions trop élevées dans les dimensions. Enfin l'épaisseur e_a n'est parfois pas réduite, car l'utilisation de plaques minces voire très minces (épaisseur inférieure à 5 mm) dans les assemblages est techniquement complexe, et risque d'occasionner des ruptures par flambement. Il s'agit là d'une distorsion dont il faudra tenir compte dans l'analyse.

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

Notons que les assemblages testés seuls diffèrent légèrement de ceux de la structure. Par exemple pour les assemblages de la structure, l'épaisseur e_a a parfois été augmentée afin d'éviter un flambement des pièces métalliques, du fait qu'il ait été constaté lors d'essais préliminaires. Aussi sur la structure, l'espacement a_0 a parfois été diminué, afin de réduire les disproportions entre les dimensions.

2.1.3 Comportements des assemblages

Généralement, la déformation d'un assemblage est le mouvement relatif entre la plaque et le bois, dû à : une translation axiale (parallèle au fil du bois), une translation transversale (perpendiculaire au fil), une rotation autour du centre de rigidité O de l'assemblage (barycentre des raideurs d'enfoncement des broches) [SBH18]. Par ailleurs la plaque sera considérée infiniment rigide. A chacun de ces mouvements on associe une force axiale F_{ax} , une force transversale F_{ay} , et un moment M_a en O [SBH18, Xu09].

- Pour une translation axiale u_{ax} (figure 2.4a), les enfoncements des broches dans le bois sont parallèles au fil et ont pour intensité u_{ax} . Les efforts résultant dans les broches sont parallèles au fil et ont pour intensité $K_{br,0} \cdot u_{ax}$, avec $K_{br,0}$ la raideur des broches sous un chargement parallèle au fil. Ainsi au niveau de l'assemblage, en négligeant l'effet de groupe, on a $F_{ax} = n_{br} \cdot K_{br,0} \cdot u_{ax}$, $F_{ay} = 0$, et $M_a = 0$, avec n_{br} le nombre de broches.
- De la même façon, pour une translation transversale u_{ay} (figure 2.4b), on a $F_{ay} = n_{br} \cdot K_{br,90} \cdot u_{ay}$, $F_{ax} = 0$, et $M_a = 0$, avec $K_{br,90}$ la raideur des broches sous un chargement perpendiculaire au fil.
- Pour une rotation θ_a (figure 2.4c), les enfoncements des broches dans le bois ont pour orientation α_{br} par rapport au fil, et pour intensité $r_{br}\theta_a$ avec r_{br} la distance entre O et la broche. Les efforts résultant dans les broches ont pour orientation α_{br} et pour intensité $K_{br,\alpha}(r_{br}\theta_a)$, avec $K_{br,\alpha}$ la raideur des broches sous un chargement incliné de α_{br} . Ainsi au niveau de l'assemblage, en négligeant l'effet de groupe, on a $M_a = \sum r_{br}^2 \cdot K_{br,\alpha} \cdot \theta_a$, et $F_{ax} = F_{ay} = 0$.

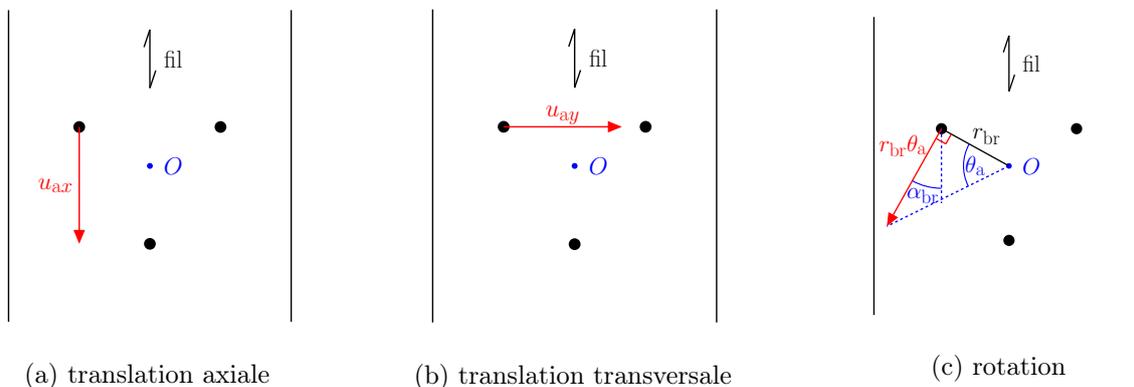


FIGURE 2.4 – Déformation d'un assemblage

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Notons que la raideur K_{br} dépend de l'intensité d'enfoncement de la broche. Enfin, pour une combinaison des directions précédentes (translation axiale, translation transversale, rotation), la superposition est admise. Ainsi dans les parties suivantes, le comportement d'un assemblage est caractérisé seulement par les relations $F_{ax}-u_{ax}$, $F_{ay}-u_{ay}$ et $M_a-\theta_a$. Toutefois la superposition est une hypothèse simplificatrice et n'est pas complètement vérifiée dans la réalité, même en élastique linéaire [SBH18]. En effet pour une combinaison des directions élémentaires, les orientations d'enfoncement des broches considérées pour chaque direction ne sont plus valables. Il en est donc de même pour les raideurs K_{br} des broches.

2.2 Essais monotones et cycliques sur les assemblages et la structure

Des essais monotones et cycliques sont réalisés sur les assemblages et sur la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3.

- Les essais monotones permettent d'identifier les propriétés d'élasticité, de plasticité et d'endommagement, avec notamment le mode de déformation des assemblages.
- Les essais cycliques alternés permettent de caractériser la capacité à dissiper l'énergie d'hystérésis.

Les méthodes d'essais puis de calcul des variables d'intérêt sont présentées. A partir des résultats obtenus, des facteurs de similitude expérimentaux sont établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Pour les assemblages, des essais sont réalisés en translation axiale. Le comportement transversal des assemblages n'est pas étudié, car il n'est pas mobilisé dans la structure. Des essais en rotation sont également réalisés, mais uniquement en monotone. Concernant les essais sur assemblages, un modèle analytique de comportement est établi.

2.2.1 Procédure des essais monotones et cycliques

Pour les assemblages et la structure, le nombre d'essais est donné dans le tableau 2.3.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Essais monotones axiaux sur assemblages	8	9	10
Essais monotones de rotation sur assemblages	8	13	16
Essais cycliques axiaux sur assemblages	11	12	12
Essais cycliques de rotation sur assemblages	pas d'essais		
Essais monotones sur la structure à un niveau	3	3	3
Essais cycliques sur la structure à un niveau	3	3	3
Essais monotones sur la structure à deux niveaux	pas d'essais	3	3
Essais cycliques sur la structure à deux niveaux	pas d'essais		

Tableau 2.3 – Nombre d'essais monotones et cycliques réalisés

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.1.1 Essais axiaux sur assemblages

Les essais sur assemblages sont réalisés au laboratoire *I2M* de l'université de Bordeaux. Les dénominations des éprouvettes sont présentées en annexe A.1. Dans les essais axiaux, une force verticale F_a est appliquée sur le bois, à l'aide d'un vérin et d'un second assemblage surdimensionné (figure 2.5). A l'aide de caméras, le déplacement relatif vertical u_a est mesuré entre la plaque métallique et le bois. Plus particulièrement, le déplacement est mesuré entre les marqueurs P et B de la figure 2.5, soit :

$$u_a = u_P - u_B \quad (2.1)$$

avec u_i le déplacement vertical au point i .

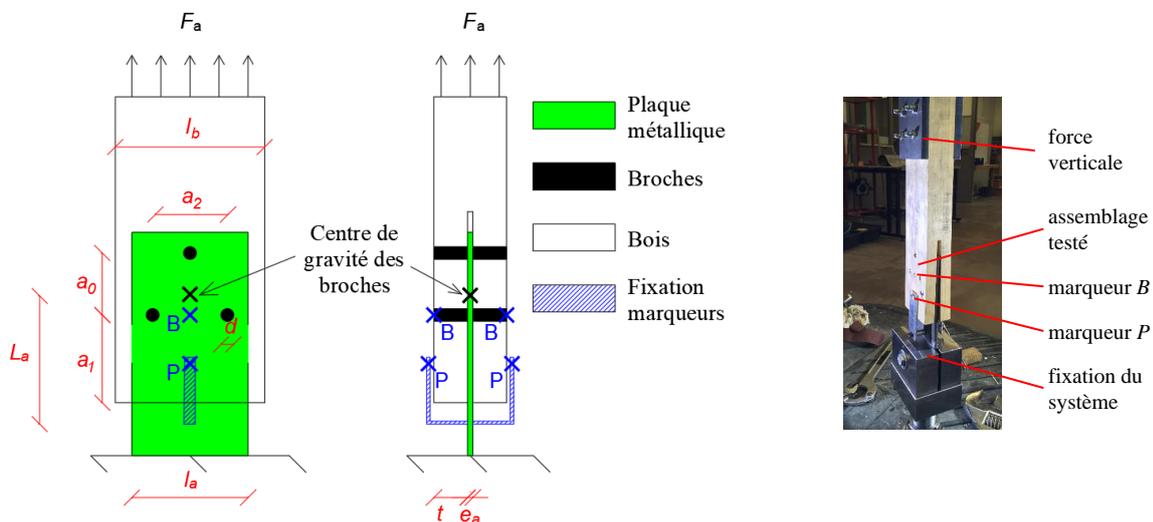


FIGURE 2.5 – Montage des essais axiaux sur assemblages

La moyenne entre les parties gauche et droite est retenue. Dans cette configuration, la valeur u_a relevée intègre la déformation axiale de la plaque, en plus de la déformation de l'assemblage, car il est techniquement difficile de mesurer ces deux déformations séparément. Notons la longueur de plaque, $L_a = 140$ mm à l'échelle 1 et $L_a = 100$ mm aux échelles réduites (figure 2.5), qui impacte alors la valeur u_a . Cette longueur L_a est conditionnée par l'espacement a_0 et le système de fixation du marqueur P . Quant aux autres dimensions, elles sont données dans la partie 2.1.2.

Les essais monotones sont pilotés en déplacement u_a , qui évolue selon la norme NF EN 26 891 [NE91] de la façon suivante (figure 2.6a).

- 1 à 2 : Le déplacement augmente, jusqu'à ce que la force F_a atteigne $0,4F_{ma}^{(th)}$, $F_{ma}^{(th)}$ est la force maximale théorique, estimée par des essais préliminaires.
- 2 à 3 : Le déplacement se stabilise pendant 30 s.
- 3 à 4 : Le déplacement diminue, jusqu'à atteindre la force $0,1F_{ma}^{(th)}$.
- 4 à 5 : Le déplacement se stabilise pendant 30 s.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

- 5 à 6 : Le déplacement augmente jusqu'à atteindre la force $0,4F_{ma}^{(th)}$.
- 6 à 7 : Le déplacement continue d'augmenter jusqu'à la rupture de l'assemblage.

Hors phases de stabilisation, le déplacement u_a évolue à vitesse constante : 3 mm/min à l'échelle 1, 1,5 mm/min à l'échelle 1/2, 1 mm/min à l'échelle 1/3. Cette procédure de chargement permet de faire apparaître le comportement élastique, à travers le cycle décharge / recharge (3-6).

Les essais cycliques ne sont pas pilotés par le glissement de l'assemblage u_a , mais en déplacement traverse, pour des raisons techniques (réglage PID). Le déplacement traverse évolue selon la norme EN 12 512 [NE02] : suivant des cycles alternés, avec une amplitude augmentant tous les trois cycles (figure 2.6b). Aussi le déplacement traverse évolue à vitesse constante : 36 mm/min à l'échelle 1, 18 mm/min à l'échelle 1/2, 12 mm/min à l'échelle 1/3. Le glissement de l'assemblage u_a résultant est présenté sur la figure 2.6c, pour un essai. Les amplitudes du déplacement u_a (valeurs crêtes) sont notées Δ_{ua} . Puis en considérant le déplacement limite élastique u_{ea} , on définit les amplitudes relatives Δ_{ua}/u_{ea} . Le déplacement limite élastique est présenté dans la partie 2.2.1.4, à savoir la procédure de calcul et la valeur retenue pour chaque échelle.

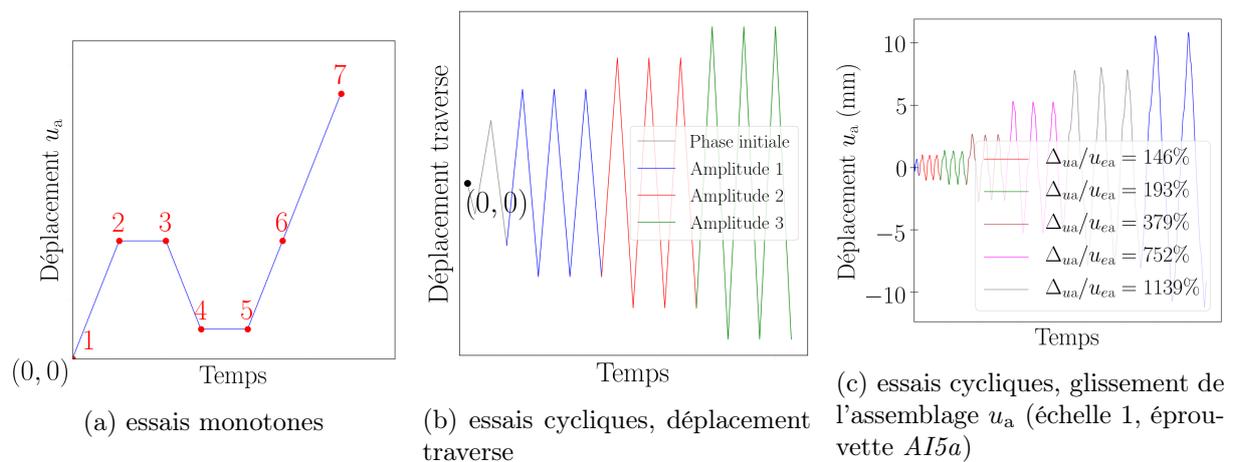


FIGURE 2.6 – Evolution du déplacement pour les essais axiaux sur assemblages

2.2.1.2 Essais de rotation sur assemblages

Pour les essais sur assemblages en rotation (figure 2.7), les dimensions sont les mêmes que pour les essais axiaux. Les essais en rotation consistent à appliquer un moment M_a sur l'assemblage. Pour cela, un système de flexion 4 points [BSH15] est réalisé. Il s'agit de deux demi-poutres, une en bois et l'autre en acier, connectées par l'assemblage testé.

Des appuis simples sont placés sous les extrémités de la poutre. Deux forces ponctuelles verticales, F , sont appliquées sur la poutre à gauche et à droite de l'assemblage. Ce système induit un moment uniforme (effort tranchant nul) entre les deux charges, donc dans l'assemblage. Ce moment est obtenu par

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

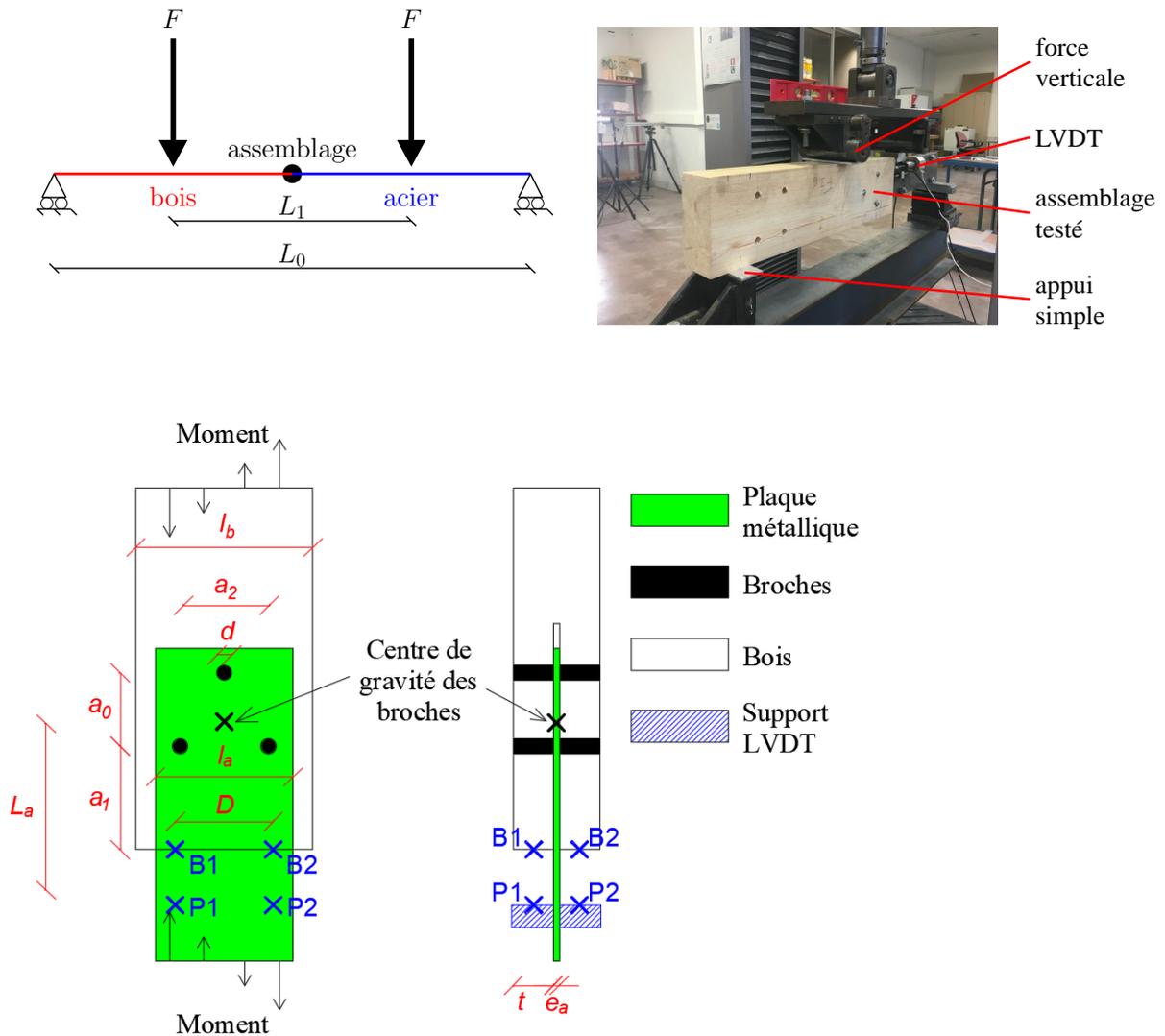


FIGURE 2.7 – Montage des essais de rotation sur assemblages

$$M_a = \frac{F(L_0 - L_1)}{2} \quad (2.2)$$

avec L_0 la longueur de la poutre, et L_1 la distance entre les deux charges ponctuelles. Au niveau de l'assemblage, le déplacement relatif vertical est relevé à l'aide de LVDT : entre les points $B1$ et $P1$, et entre les points $B2$ et $P2$. Puis la rotation relative θ_a entre la plaque métallique et le bois (entre les sections $P1 - P2$ et $B1 - B2$) est donnée par

$$\tan \theta_a = \frac{|(u_{B1} - u_{P1}) - (u_{B2} - u_{P2})|}{D} \quad (2.3)$$

u_i est le déplacement vertical au point i , et D est la distance horizontale entre les points $B1$ et $B2$. Enfin, seuls les essais monotones ont été réalisés, dont le pilotage suit le même protocole que pour les essais axiaux.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.1.3 Essais sur la structure

Les essais sur la structure (figure 2.8) sont réalisés à l'institut technologique *FCBA* de Bordeaux. Dans ces essais, une force F_s est appliquée en haut de la structure, à l'aide d'un vérin. Le déplacement horizontal u_s du vérin est relevé. Une masse additionnelle est fixée sur la poutre de chaque niveau, et est donnée dans la partie 2.1.1.

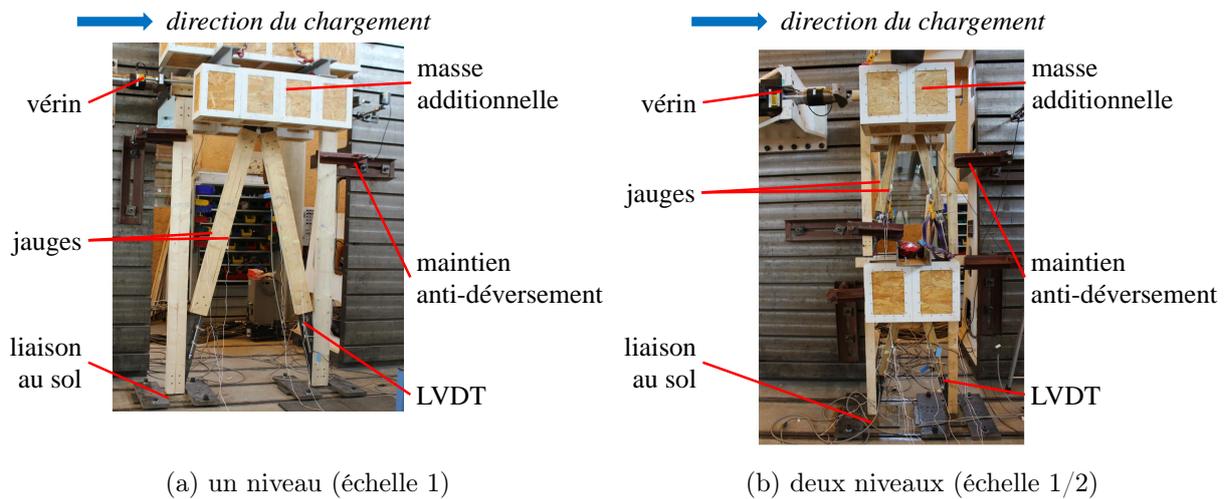


FIGURE 2.8 – Montage expérimental de la structure

Pour les essais monotones, l'évolution du chargement suit le même principe que pour les essais sur assemblages (norme NF EN 26 891 [NE91]). Néanmoins dans la phase 1-5, c'est la force F_s qui évolue à vitesse constante (pilotage en force) : 150 N/s à l'échelle 1, 37 N/s à l'échelle 1/2, 10 N/s à l'échelle 1/3. Puis dans la phase 6-7, une fois atteint la force $0,5F_{ms}^{(th)}$, c'est le déplacement du vérin u_s qui évolue à vitesse constante (pilotage en déplacement) : 0,5 mm/s à l'échelle 1, 0,5 mm/s à l'échelle 1/2, 0,1 mm/s à l'échelle 1/3. Les essais cycliques sont pilotés en déplacement vérin u_s . L'évolution du déplacement suit le même principe que pour les essais sur assemblages. Le déplacement évolue à vitesse constante : 2 mm/s à l'échelle 1, 1 mm/s à l'échelle 1/2, 0,67 mm/s à l'échelle 1/3. Comme pour les essais sur assemblages, Δ_{us} est l'amplitude du déplacement, u_{es} est le déplacement limite élastique, et Δ_{us}/u_{es} est l'amplitude relative.

Des capteurs LVDT mesurent le déplacement dans les assemblages des diagonales. Des jauges mesurent la déformation axiale ε du bois au milieu de chaque diagonale (sur les faces gauche et droite). En estimant un module d'Young du bois $E_b = 11$ GPa, on en déduit la contrainte $\sigma = E_b \varepsilon$. Puis l'effort normal dans les diagonales peut être estimé par $F_x = \sigma e_b l_b = E_b \varepsilon e_b l_b$, avec e_b et l_b respectivement l'épaisseur et la largeur des diagonales. Cette estimation de l'effort normal dans les diagonales nous permet de déduire une courbe force - déplacement des assemblages des diagonales.

Pour chaque échelle, les éprouvettes sont nommées de 1 à 3 pour les essais monotones, et de 4 à 6 pour les essais cycliques.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.1.4 Déplacement limite élastique

Pour les assemblages et la structure, le déplacement limite élastique est déterminé à partir des courbes force - déplacement monotones (figure 2.9). Pour cela, la norme NF EN 26 891 [NE91] préconise de définir la régression linéaire entre 10 et 40% de la force maximale, soit entre les points A et B de la figure 2.9. La pente de la droite finalement obtenue est notée K . Ensuite selon la norme, on recherche le point de la courbe dont la tangente a une pente

$$K_T = \frac{1}{6}K \quad (2.4)$$

Puis l'intersection entre la tangente et la régression linéaire est déterminée. Le déplacement limite élastique u_e est l'abscisse de ce point d'intersection. Finalement pour chaque échelle, la valeur u_e retenue (tableau 2.4) est la moyenne entre les essais.

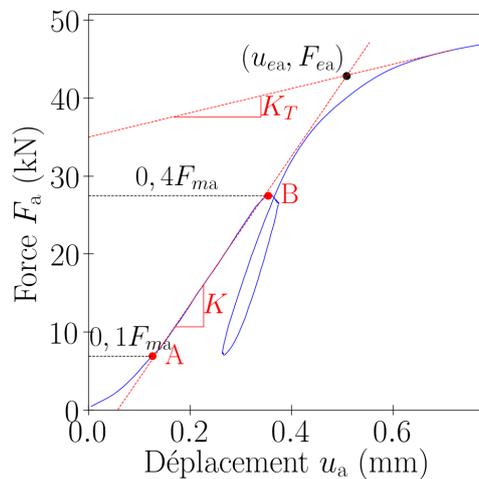


FIGURE 2.9 – Déplacement limite élastique pour un essai monotone axial sur assemblage

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Assemblages (axial)	0,7 mm	0,37 mm	0,41 mm
Structure à un niveau	26 mm	15 mm	10 mm
Structure à deux niveaux	Pas d'essais réalisés	40 mm	15 mm

Tableau 2.4 – Déplacements limites élastiques retenus à chaque échelle, pour les assemblages et la structure

2.2.2 Analyse du comportement des assemblages

Les procédures d'essais ayant été présentées, le comportement des assemblages est analysé, en monotone et en cyclique.

2.2.2.1 Comportement monotone axial

— Calcul des variables d'intérêt :

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

A partir de la courbe force - déplacement obtenue (figure 2.10a), des variables d'intérêt sont calculées. La raideur K_{ua} est la pente initiale de la courbe. Elle est définie, selon la norme EN 26 891 [NE91], par la pente de la courbe entre 10 et 40% de la force maximale, soit entre les points A et B de la figure 2.10b. Au début de la courbe, avant le point A , une augmentation progressive de la pente est constatée. Cela est dû à une mise en contact bois / broche progressive [Lap06,LY06], malgré l'absence de jeu de perçage. Ce phénomène n'est pas étudié ici, donc cette partie de la courbe est retirée. Puis la courbe est décalée suivant l'abscisse, de façon à ce que la régression linéaire entre A et B passe par l'origine. Ce décalage permet de s'affranchir de la mise en contact bois / broche progressive.

Le déplacement u_{ma} correspondant à la force maximale F_{ma} est déterminé. Passé le pic de force, nous ne conservons que les points jusqu'à une diminution en force de 10% de F_{ma} . Les points suivants sont liés à des ruptures fragiles dans le bois, qui ne sont pas étudiées ici. La courbe résultante est présentée sur la figure 2.10c. Le déplacement limite final est noté $u_{lim,a}$.

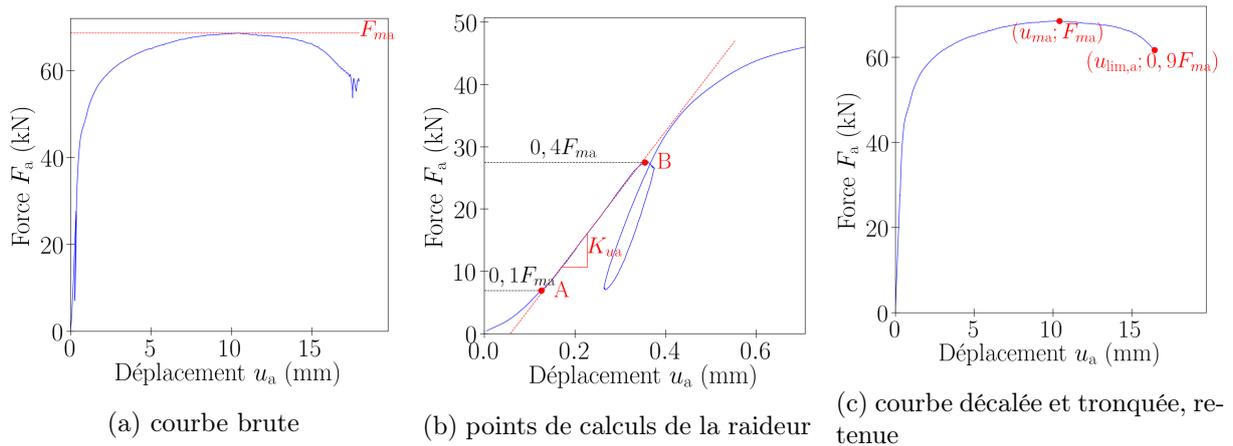


FIGURE 2.10 – Courbe force - déplacement d'un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette $EI6$)

— Constitution d'un modèle analytique du comportement :

Un modèle de comportement est retenu. Plusieurs modèles existent dans la littérature : le modèle élasto-plastique parfait, le modèle de *Menegotto Pinto* [BFG16], ou le modèle *Saws* [FPUoC02, FSSRP02, WYS19, Ros02, LHR05]. Nous avons choisi d'utiliser le modèle *Saws*, car il reproduit : en monotone la diminution de force au delà d'un certain déplacement, en cyclique le phénomène de pincement caractéristique du comportement des assemblages. En monotone, le modèle *Saws* est décrit par l'équation

$$F_a = \begin{cases} (F_0 + r_1 K_{ua} u_a) \left(1 - e^{-\frac{K_{ua} u_a}{F_0}} \right), & u_a \leq u_{ma} & (2.5a) \\ F_{ma} + r_2 K_{ua} (u_a - u_{ma}), & u_{ma} < u_a \leq u_{lim,a} & (2.5b) \\ 0, & u_a > u_{lim,a} & (2.5c) \end{cases}$$

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

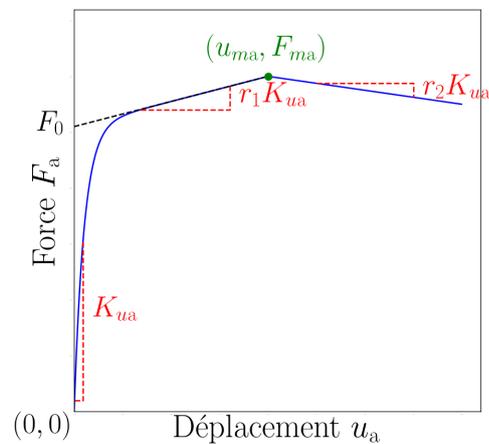
Le modèle contient alors 7 paramètres en monotone : $r_1 > 0$, $r_2 < 0$, $F_0 > 0$, K_{ua} , F_{ma} , u_{ma} , $u_{lim,a}$. Pour assurer la continuité de l'expression (2.5) en u_{ma} , r_1 doit respecter la relation

$$r_1 = \frac{\frac{F_{ma}}{1 - e^{-K_{ua}u_{ma}/F_0}} - F_0}{K_{ua}u_{ma}} \quad (2.6)$$

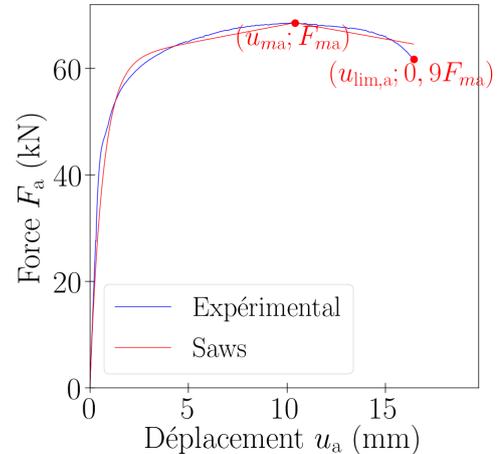
Ainsi d'après les équations (2.5) et (2.6), le modèle a pour pente initiale K_{ua} et pour extremum (u_{ma}, F_{ma}) , en cohérence avec les courbes expérimentales. Le modèle est illustré sur la figure 2.11a. Les paramètres sont déterminés de la façon suivante. Le produit r_2K_{ua} est déterminé par régression linéaire entre u_{ma} et $u_{lim,a}$, en imposant le passage par l'extremum. Le rapport $r_f = F_0/F_{ma}$ est déterminé par minimisation de l'erreur entre la courbe expérimentale (figure 2.10c) et celle de l'équation (2.5) [FSSRP02, WYS19, PRA07, LFL12]. Cette erreur est donnée par

$$\epsilon^2 = \sum_i \left(F_a^{(i,Saws)} - F_a^{(i,expe)} \right)^2 \quad (2.7)$$

avec $F_a^{(i)}$ la force au point i . L'équation (2.7) s'applique à l'ensemble de la courbe. Un exemple de courbe obtenue par l'équation (2.5) est présenté sur la figure 2.11b.



(a) illustration des paramètres du modèle



(b) modèle obtenu pour un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette EI6)

FIGURE 2.11 – Modèle de comportement *Saws* monotone

— Synthèse des essais :

Pour l'ensemble des essais, les variables d'intérêt et paramètres du modèle *Saws* sont donnés en annexe A.3.1.1. Concernant le mode de déformation des broches, le mode 2 (figure 2.12) est obtenu pour tous les essais à l'échelle 1, comme souhaité lors de la conception des assemblages. Ce mode est aussi obtenu aux échelles réduites, ce qui tend à conserver par changement d'échelle la capacité à dissiper l'énergie.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE



FIGURE 2.12 – Profil de rupture et de plastification pour un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette *EI6*)

Ensuite, pour chaque échelle et chaque grandeur x (variable d'intérêt ou paramètre *Saws*), la moyenne \bar{x} est calculée sur les n_e essais (tableau 2.5). Ainsi pour chaque échelle, on obtient un modèle *Saws* basé sur les grandeurs x moyennes (figure 2.13). Le coefficient de variation (*CV*) est déterminé pour chaque grandeur (tableau 2.5). Il s'agit du ratio de l'écart type rapporté à la moyenne. L'écart type est défini par [WMM07b, Ves73]

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n_e - 1} \sum_{j=1}^{n_e} (x_j - \bar{x})^2} \quad (2.8)$$

avec x_j la valeur de x pour l'essai j .

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(F)} = 8$	$n_e^{(R)} = 9$	$n_e^{(R)} = 10$
Variables d'intérêt			
K_{ua} (kN/mm)	$80,9 \pm 11\%$	$40,4 \pm 21\%$	$18,8 \pm 32\%$
F_{ma} (kN)	$69,5 \pm 8\%$	$19,7 \pm 7\%$	$8,87 \pm 6\%$
u_{ma} (mm)	$9,87 \pm 11\%$	$5,65 \pm 18\%$	$3,36 \pm 12\%$
$u_{lim,a}$ (mm)	$14,3 \pm 17\%$	$9,74 \pm 11\%$	$5,71 \pm 13\%$
Paramètres <i>Saws</i>			
r_f	$0,9 \pm 2\%$	$0,943 \pm 5\%$	$0,989 \pm 2\%$
r_1 (10^{-3})	$8,7 \pm 23\%$	$4,88 \pm 88\%$	$1,69 \pm 182\%$
r_2 (10^{-3})	$-9,61 \pm 72\%$	$-8,66 \pm 41\%$	$-18 \pm 58\%$

Tableau 2.5 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et *CV*)

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

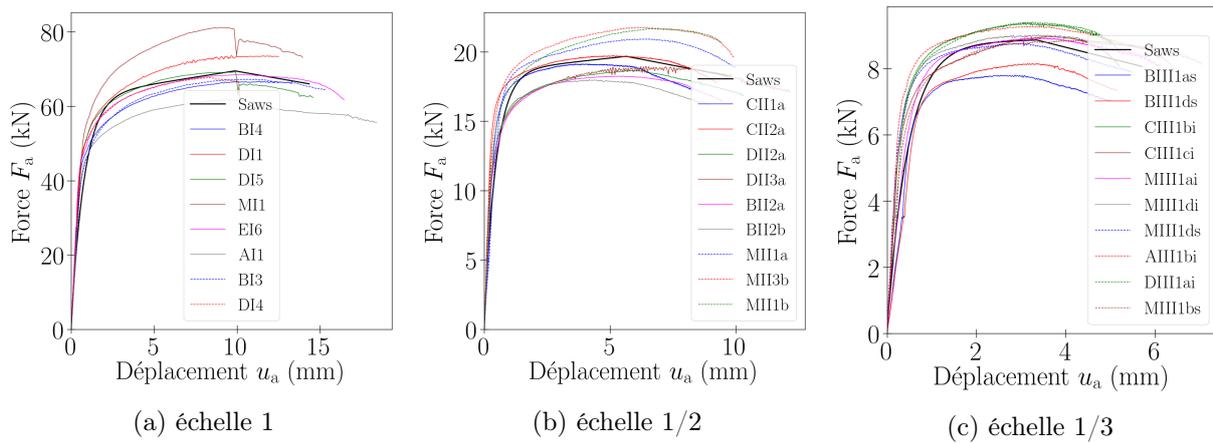


FIGURE 2.13 – Courbes expérimentales et modèle *Saws* retenu à chaque échelle, essais monotones axiaux sur assemblages

— Analyse de la dispersion :

La dispersion observée sur les variables d'intérêt varie entre 5 et 20%, en considérant les trois échelles. Elle est due notamment à la variabilité des propriétés du bois. La dispersion de la force maximale est plus faible que celle des autres variables d'intérêt. Aucune corrélation significative n'est constatée entre les variables d'intérêt (tableau 2.6). Afin d'identifier d'autres paramètres pouvant être les causes des dispersions, les éprouvettes sont pesées sans les broches et après les essais, puis mises en étuve pour séchage. Cela permet d'obtenir la masse volumique de l'éprouvette et sa teneur en eau. Aucune corrélation significative n'est constatée entre la masse volumique et les variables d'intérêt (tableau 2.6 et annexe A.3.2), contrairement à certaines données de la littérature [EC505, GSK12, SDJM09]. Ainsi la dispersion ne peut pas être réduite ici par un tri des éprouvettes [GSK12] par masse volumique.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Echelle 1				
	Masse volumique	K_{ua}	F_{ma}	u_{ma}
Masse volumique	1	0,574	0,698	-0,612
K_{ua}	...	1	0,195	-0,15
F_{ma}	1	-0,281
u_{ma}	1
Echelle 1/2				
	Masse volumique	K_{ua}	F_{ma}	u_{ma}
Masse volumique	1	-0,236	0,0439	0,0747
K_{ua}	...	1	0,41	0,206
F_{ma}	1	0,595
u_{ma}	1
Echelle 1/3				
	Masse volumique	K_{ua}	F_{ma}	u_{ma}
Masse volumique	1	0,574	0,167	-0,426
K_{ua}	...	1	0,623	0,25
F_{ma}	1	0,291
u_{ma}	1

Tableau 2.6 – Coefficient de corrélation R ([WMM07a]) entre la masse volumique et les variables d'intérêt des essais sur assemblages (teneur en eau : environ 13 %)

— Constitution d'intervalles de confiance :

Compte tenu de la dispersion observée sur les variables d'intérêt, des intervalles de confiance sont estimés. Ils sont utilisés au chapitre 4 pour la comparaison expérimental / modèle numérique. Pour une variable d'intérêt x , on détermine l'intervalle de confiance pour μ_x , avec μ_x la moyenne de x pour un échantillon de taille infinie. Les intervalles de confiance sont associés à un risque α_c . Ce risque est la probabilité que la valeur estimée soit en dehors de l'intervalle de confiance. Pour constituer ces intervalles, la loi de distribution de x doit être définie. Plusieurs hypothèses sont envisagées.

— La variable d'intérêt suit une loi Normale :

Si x suit une loi Normale, alors pour un échantillon aléatoire de taille n_e , la variable

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_x}{s_x / \sqrt{n_e}} \quad (2.9)$$

suit une loi Student à $n_e - 1$ degrés de liberté [WMM07c]. Donc si $Q_{\alpha_c/2}$ est le quantile $\alpha_c/2$ de la loi Student (symétrique), la probabilité d'avoir

$$|T| > Q_{\alpha_c/2} \quad (2.10)$$

est α_c . On en déduit alors un intervalle de confiance pour μ_x , au risque α_c . Les bornes

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

de l'intervalle sont [WMM07c]

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{inf})} = \bar{x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \\ \mu_x^{(\text{sup})} = \bar{x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.11a)$$

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{sup})} = \bar{x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \\ \mu_x^{(\text{inf})} = \bar{x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.11b)$$

— **La variable d'intérêt suit une loi Lognormale :**

Si x suit une loi Lognormale ($\ln x$ suit une loi Normale), alors on définit un intervalle de confiance d'abord pour $\mu_{\ln x}$. Pour un risque α_c , les bornes de cet intervalle sont [Ves73]

$$\begin{cases} (\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} = \overline{\ln x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \\ (\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} = \overline{\ln x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.12a)$$

$$\begin{cases} (\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} = \overline{\ln x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \\ (\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} = \overline{\ln x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.12b)$$

Ensuite compte tenu de [Ves73, WMM07d]

$$\mu_x = \exp \left(\mu_{\ln x} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \quad (2.13)$$

on en déduit l'intervalle de confiance pour μ_x . Les bornes de cet intervalle sont [Ves73]

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{inf})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \\ \mu_x^{(\text{sup})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \end{cases} \quad (2.14a)$$

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{sup})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \\ \mu_x^{(\text{inf})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \end{cases} \quad (2.14b)$$

Par exemple, la figure 2.14 montre les intervalles de confiance sur K_{ua} à chaque échelle, pour des valeurs de α_c entre 1 et 10% et deux hypothèses de lois de distribution.

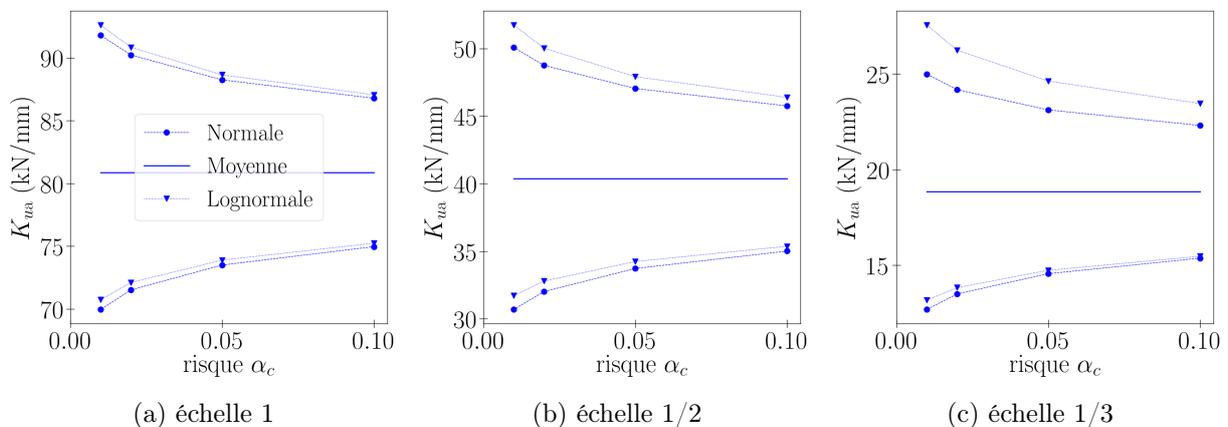


FIGURE 2.14 – Intervalles de confiance expérimentaux sur K_{ua}

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.2.2 Comportement monotone en rotation

Pour les essais de rotation sur assemblages, les variables d'intérêt et les paramètres *Saws* sont définis et calculés de la même façon que pour les essais axiaux. Les résultats obtenus pour chaque essai sont donnés en annexe A.3.1.1. Les moyennes et *CV* sont donnés au tableau 2.7. Pour chaque échelle, le modèle *Saws* retenu est présenté sur la figure 2.15.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(F)} = 8$	$n_e^{(R)} = 13$	$n_e^{(R)} = 16$
Variables d'intérêt			
K_{θ_a} (Nm/deg)	$1694 \pm 35\%$	$203,6 \pm 27\%$	$64,68 \pm 28\%$
M_{ma} (Nm)	$2409 \pm 10\%$	$426,4 \pm 12\%$	$125,6 \pm 14\%$
θ_{ma} (deg)	$9,42 \pm 18\%$	$15,3 \pm 29\%$	$13,4 \pm 37\%$
$\theta_{lim,a}$ (deg)	$9,74 \pm 20\%$	$16,4 \pm 25\%$	$15,1 \pm 33\%$
Paramètres <i>Saws</i>			
r_f	$0,895 \pm 9\%$	$0,799 \pm 14\%$	$0,839 \pm 16\%$
r_1 (10^{-3})	15,9	27,6	23,3
r_2 (10^{-3})	$-73,8 \pm 92\%$	$-89,5 \pm 111\%$	$-172 \pm 122\%$

Tableau 2.7 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et *CV*)

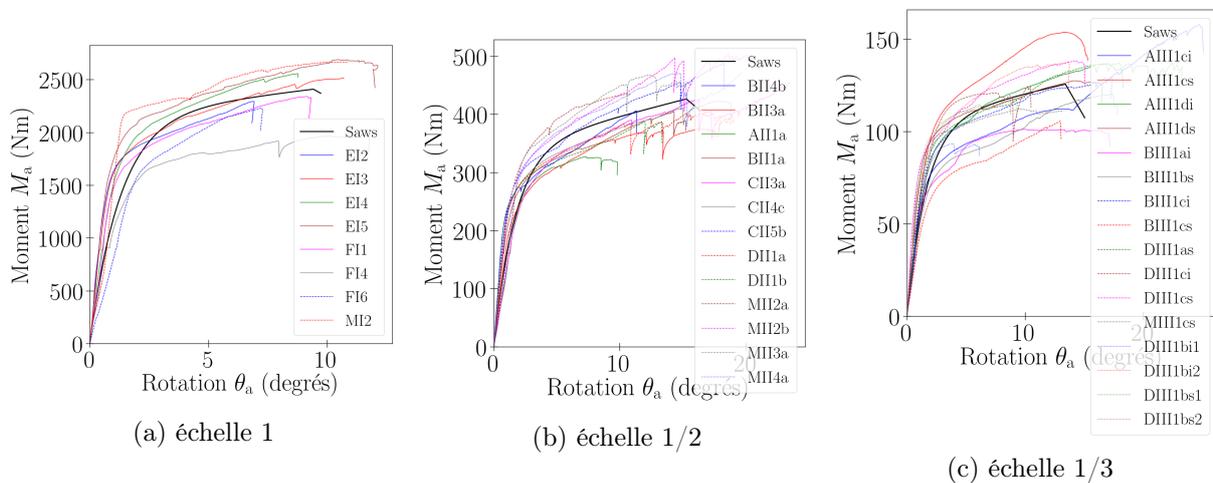


FIGURE 2.15 – Courbes expérimentales et modèle *Saws* retenu à chaque échelle, essais monotones de rotation sur assemblages

2.2.2.3 Comportement cyclique axial

— Calcul des variables d'intérêt :

Un exemple de courbe force - déplacement est présenté sur la figure 2.16a. Les boucles d'hystérésis, caractéristiques du comportement cyclique, sont étudiées. Dans ces boucles, on retrouve le phénomène de « pincement » souvent constaté sur les assemblages bois. En effet,

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

lorsque le déplacement u_a revient vers une valeur nulle, le contact bois / broche diminue du fait qu'un jeu s'est développé au cours du chargement. Cela fait diminuer la pente de la courbe [FSSRP02, CN07]. La caractéristique recherchée dans ces boucles d'hystérésis est liée à l'énergie dissipée. Celle-ci est définie, pour un cycle fermé, par l'équation

$$E_{ha} = \oint_{\text{cycle}} F_a \, du_a \quad (2.15)$$

et illustrée sur la figure 2.16b. Le coefficient d'amortissement hystérétique est obtenu, selon la norme EN 12 512 [NE02], par

$$\zeta_{ha} = \frac{1}{2\pi} \frac{E_{ha}}{E_{pa}} \quad (2.16)$$

avec E_{pa} la somme des énergies potentielles maximales. Celle-ci est donnée par

$$E_{pa} = E_{pa}^{(1)} + E_{pa}^{(2)} = \Delta_{Fa} \Delta_{ua} \quad (2.17)$$

(figure 2.16b), avec Δ_{ua} et Δ_{Fa} les amplitudes en déplacement et en force du cycle, en considérant un comportement symétrique. Pour chaque amplitude, le premier cycle diffère nettement des cycles suivants, il n'est alors pas considéré pour le calcul de l'amortissement. L'amortissement est donc déterminé à partir des deuxième et troisième cycles, en retenant la valeur moyenne. Finalement l'amortissement est calculé de cette façon pour chaque amplitude.

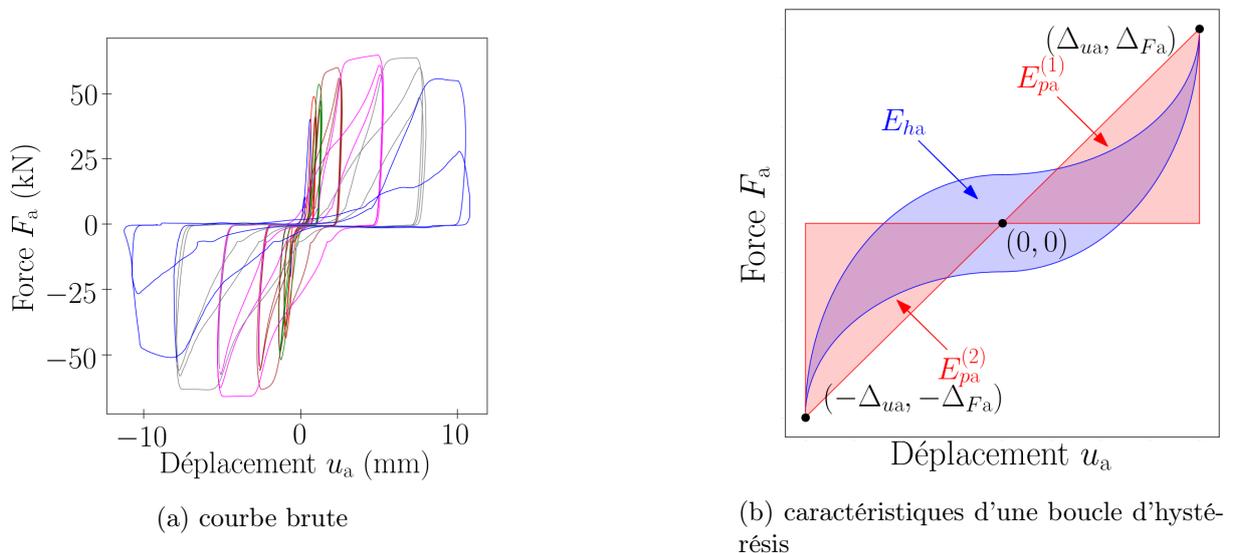


FIGURE 2.16 – Courbe force - déplacement d'un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette AI5a)

— Synthèse des essais :

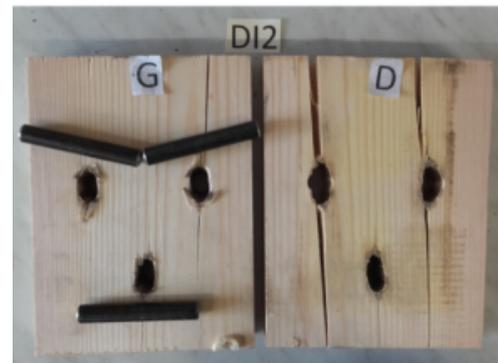
Pour l'ensemble des essais, l'amortissement hystérétique est donné en annexe A.3.1.1 (figure A.5). Concernant le mode de déformation des broches, le mode 2 est obtenu pour

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

tous les essais aux échelles réduites. A l'échelle 1, le mode 2 reste prédominant, néanmoins le mode 1 semble être obtenu pour certains essais (figure 2.17, annexe A.2.1). Ainsi, le mode de déformation n'est pas complètement conservé par changement d'échelle. Pour les essais présentant le mode 2 de déformation, les amortissements sont relativement proches. Pour les rares essais estimés en mode 1 de déformation (peu ductile), l'amortissement est nettement plus faible.



(a) face externe



(b) face interne

FIGURE 2.17 – Profil de rupture pour un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette *DI2*), aucune déformation des broches visible

Ensuite pour chaque échelle, la moyenne et le *CV* de l'amortissement sont calculés sur les différents essais (tableau 2.8), pour différentes amplitudes relatives. Le terme d'amplitude relative a été défini dans la partie 2.2.1.1. Les différents essais ne comportent pas toujours les mêmes amplitudes en déplacement mesuré, pour deux raisons : les premiers essais sont des essais de calibration, pour les autres essais le protocole de chargement est le même mais basé sur le déplacement traverse. Pour les amortissements moyens obtenus, une certaine conservation est constatée entre les échelles 1/2 et 1/3. Cela s'explique par la conservation du mode de déformation, entre ces échelles réduites. En revanche à l'échelle 1, l'amortissement est légèrement plus faible qu'aux échelles réduites. Cela peut être dû au fait qu'à l'échelle 1, certains essais comporteraient le mode 1 de déformation.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Echelle 1		
Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%)	Nombre d'essais	Amortissement (sans unité)
[139; 146]	10	0,0863 ± 31%
[185; 193]	10	0,0943 ± 32%
[372; 381]	10	0,127 ± 33%
[744; 796]	11	0,111 ± 38%
[1121; 1139]	5	0,106 ± 11%
Echelle 1/2		
Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%)	Nombre d'essais	Amortissement (sans unité)
[132; 137]	12	0,136 ± 21%
[178; 190]	12	0,143 ± 20%
[356; 369]	10	0,184 ± 5%
[707; 783]	11	0,183 ± 6%
[1059; 1113]	10	0,153 ± 9%
[1369; 1453]	10	0,144 ± 17%
[1772; 1791]	6	0,128 ± 21%
Echelle 1/3		
Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%)	Nombre d'essais	Amortissement (sans unité)
[69; 81]	9	0,0855 ± 30%
[92; 124]	11	0,109 ± 24%
[184; 217]	8	0,154 ± 17%
[371; 438]	10	0,168 ± 23%
[576; 668]	8	0,162 ± 16%
[756; 875]	7	0,14 ± 19%
[1041; 1096]	7	0,141 ± 17%

Tableau 2.8 – Amortissement ζ_{ha} des essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et *CV*)

— Constitution d'un modèle analytique du comportement :

Le modèle *Saws* présenté en monotone est étendu au comportement cyclique de l'assemblage, avec les six nouveaux paramètres suivants (figure 2.18, [FPUoC02, FSSRP02, WYS19, Ros02, LHR05]) :

- $r_3K_{ua}, r_4K_{ua}, K_p$ les pentes des branches linéaires,
- $F_i = r_i F_{ma}$, la force à $u_a = 0$, en valeur absolue,
- $\beta = u_1/u_0$, avec u_0, u_1 respectivement les valeurs de u_a au déchargement puis au retour sur la courbe enveloppe,
- α , intervenant dans l'expression :

$$K_p = K_{ua} \left(\frac{F_0}{K_{ua} \beta u_0} \right)^\alpha \quad (2.18)$$

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

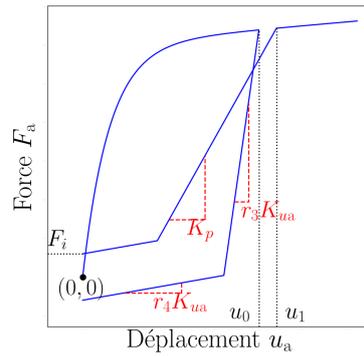


FIGURE 2.18 – Modèle de comportement *Saws* cyclique

avec $F_0 = r_f F_{ma}$. Pour la courbe enveloppe, le modèle *Saws* ne reproduit pas l'augmentation progressive de la pente constatée expérimentalement. Cela constitue une limite du modèle. Les paramètres $r_3, r_4, \alpha, \beta, r_i$ peuvent être déterminés par minimisation de l'erreur [FSSRP02, WYS19, PRA07, LFL12]

$$\epsilon^2 = \sum_i \left(F_a^{(i, \text{Saws})} - F_a^{(i, \text{expe})} \right)^2 \quad (2.19)$$

avec $F_a^{(i)}$ la force au point i . Cette approche n'est pas retenue, car l'évolution de la force dans les boucles d'hystérésis est entachée d'une forte variabilité. Par conséquent, nous faisons le choix de procéder à la minimisation de l'erreur sur l'énergie dissipée [FSSRP02, PRA07], et plus particulièrement sur l'amortissement qui a une meilleure répétabilité. L'erreur à minimiser est définie par l'équation

$$\epsilon^2 = \sum_k \left(\zeta_{ha}^{(k, \text{Saws})} - \zeta_{ha}^{(k, \text{expe})} \right)^2 \quad (2.20)$$

avec $\zeta_{ha}^{(k)}$ l'amortissement pour l'amplitude k . Pour chaque échelle, les paramètres *Saws* d'hystérésis sont donnés dans le tableau 2.9.

Paramètre	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
α	0,88	0,91	0,99
β	1,29	1,25	1,28
r_i	0,02	0,1	0,06
r_3	1,9	2	2
r_4	0,01	0,01	0,01
K_p	donné par l'équation (2.18), avec $u_0 = \Delta_{ua}$		

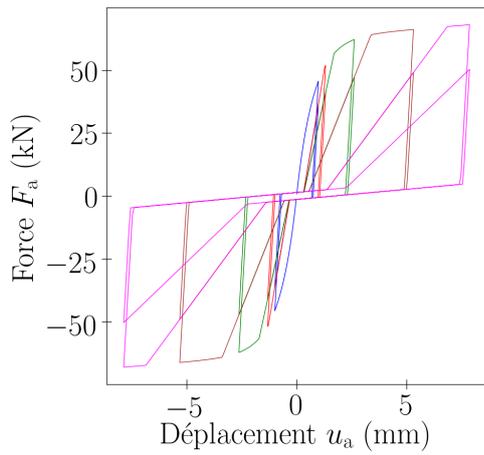
Tableau 2.9 – Paramètres *Saws* des essais cycliques axiaux sur assemblages, adimensionnels

Puis la courbe force - déplacement du modèle est donnée sur la figure 2.19. Enfin la figure 2.19 montre l'amortissement issu du modèle, calculé sur le second cycle de chaque

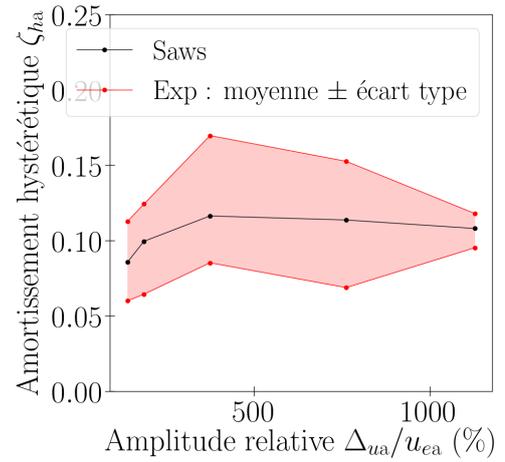
2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

amplitude. L'amortissement issu du modèle est relativement proche de celui expérimental (tableau 2.8).

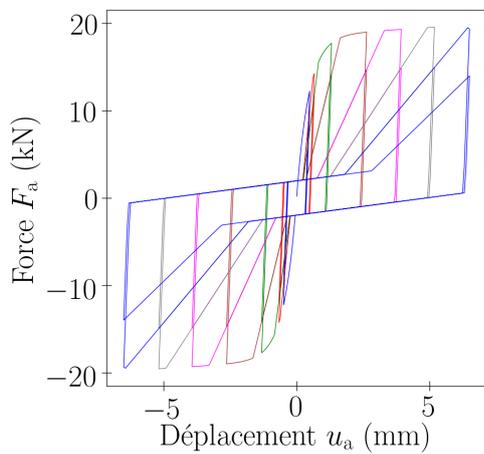
2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE



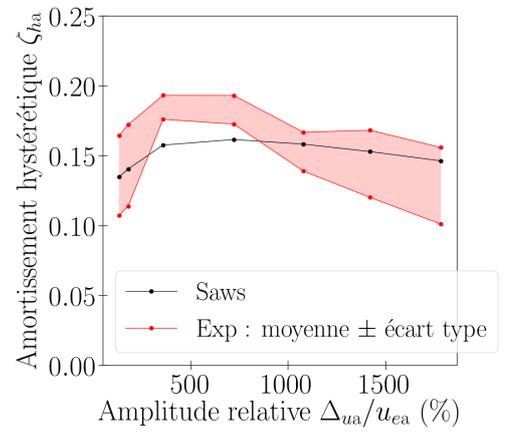
(a) courbe force déplacement *Saws*, échelle 1



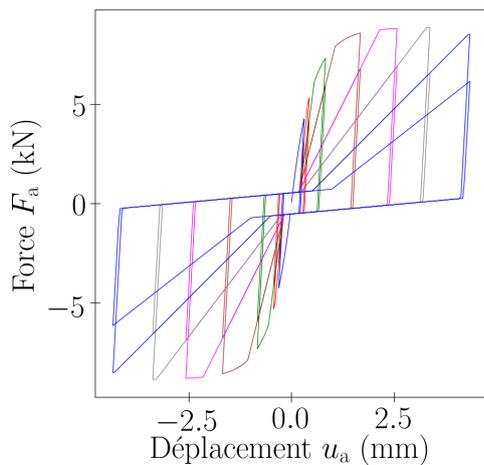
(b) coefficient d'amortissement, échelle 1



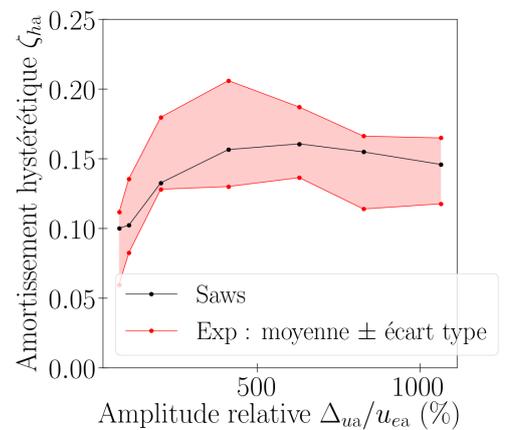
(c) courbe force déplacement *Saws*, échelle 1/2



(d) coefficient d'amortissement, échelle 1/2



(e) courbe force déplacement *Saws*, échelle 1/3



(f) coefficient d'amortissement, échelle 1/3

FIGURE 2.19 – Modèle *Saws* retenu à chaque échelle, essais cycliques axiaux sur assemblages

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.3 Analyse du comportement de la structure

Dans cette partie, c'est le comportement de la structure qui est analysé, en monotone et en cyclique.

2.2.3.1 Comportement monotone

Pour les essais monotones sur la structure, les courbes force déplacement sont caractérisées de la même façon que pour les essais sur assemblages (partie 2.2.2.1) : la raideur K_s est déterminée, le début (mise en place) de la courbe est retiré, la courbe est décalée horizontalement, l'extremum (u_{ms}, F_{ms}) est déterminé.

Pour l'ensemble des essais, les courbes force - déplacement sont présentées sur la figure 2.20. Une courbe moyenne est également établie.

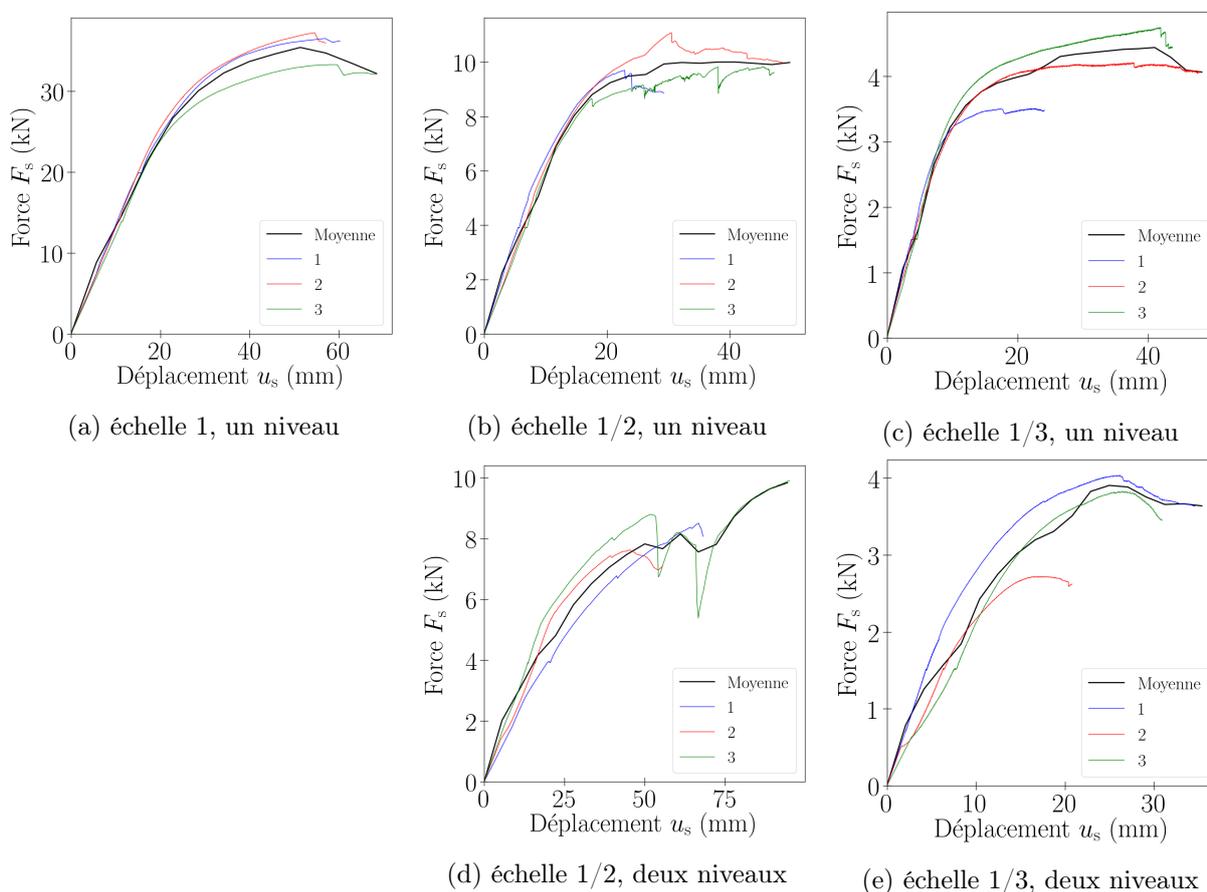


FIGURE 2.20 – Courbes expérimentales force - déplacement des essais monotones sur la structure

Les variables d'intérêt sont données en annexe A.3.1.2, et les profils de rupture en annexe A.2.2. Aux échelles 1 et 1/2, des ruptures fragiles du bois sont constatées au niveau de certains assemblages (figure 2.21a). Elles sont responsables de la chute de force au delà de l'extremum. Quant à l'échelle 1/3, pour les éprouvettes 1 et 2, une flexion hors plan de la pièce métallique est constatée en pied de la diagonale comprimée (figure 2.21b). Cette déformation est due au jeu

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

hors plan entre le bois et l'acier. Il cause une redistribution de l'effort dans les poteaux. C'est pourquoi pour ces éprouvettes, peu de ruptures fragiles sont constatées, d'où l'absence de chute de force sur les courbes force - déplacement. Néanmoins, ces différents phénomènes observés aux trois échelles ne semblent pas impacter les variables d'intérêt (K_s , F_{ms} , u_{ms}).



(a) Rupture fragile en pied de poteau et de la diagonale, échelle 1, éprouvette 1



(b) Flexion hors plan en pied de diagonale, échelle 1/3, éprouvette 2

FIGURE 2.21 – Profil de rupture pour les essais monotones sur la structure à un niveau

Ensuite, pour chaque échelle et chaque variable d'intérêt, la moyenne et le CV sont calculés sur les n_e essais (tableaux 2.10 et 2.11).

Variable d'intérêt	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(F)} = 3$	$n_e^{(R)} = 3$	$n_e^{(R)} = 3$
K_s (kN/mm)	$1,29 \pm 5\%$	$0,632 \pm 12\%$	$0,377 \pm 9\%$
F_{ms} (kN)	$35,7 \pm 6\%$	$10,2 \pm 7\%$	$4,16 \pm 15\%$
u_{ms} (mm)	$56,8 \pm 4\%$	$30,5 \pm 25\%$	$34 \pm 30\%$

Tableau 2.10 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

Variable d'intérêt	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(R)} = 3$	$n_e^{(R)} = 3$
K_s (kN/mm)	$0,245 \pm 15\%$	$0,254 \pm 30\%$
F_{ms} (kN)	$8,69 \pm 13\%$	$3,53 \pm 20\%$
u_{ms} (mm)	$69,2 \pm 36\%$	$23,5 \pm 21\%$

Tableau 2.11 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et CV)

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.3.2 Comportement cyclique

Pour les essais cycliques sur la structure, les courbes force - déplacement sont présentées sur la figure 2.22. Le « pincement » observé dans les boucles d'hystérésis est en partie dû à celui aux assemblages.

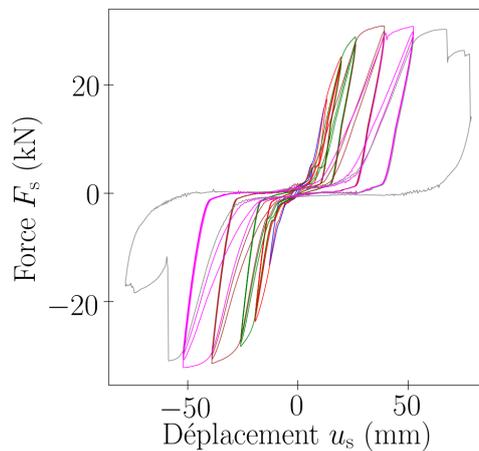


FIGURE 2.22 – Courbe force - déplacement d'un essai cyclique sur la structure à un niveau (échelle 1, éprouvette 5)

Pour l'ensemble des essais, l'amortissement hystérétique est donné en annexe A.3.1.2 (figure A.6). Pour chaque échelle, la moyenne et le *CV* de l'amortissement sont calculés sur les différents essais (tableau 2.12).

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Echelle 1		
Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%)	Nombre d'essais	Amortissement (sans unité)
77	3	0,0373 ± 9%
102	3	0,0515 ± 7%
152	1	0,0615
202	1	0,0579
Echelle 1/2		
Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%)	Nombre d'essais	Amortissement (sans unité)
76	3	0,0405 ± 13%
101	3	0,0488 ± 13%
151	3	0,0752 ± 4%
200	3	0,0832 ± 5%
300	2	0,0915 ± 12%
400	1	0,0658
Echelle 1/3		
Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%)	Nombre d'essais	Amortissement (sans unité)
76	3	0,0426 ± 10%
101	3	0,0455 ± 11%
150	3	0,0486 ± 11%
200	3	0,0501 ± 11%
300	2	0,053 ± 9%

Tableau 2.12 – Amortissement ζ_{hs} des essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

2.2.4 Détermination des facteurs de similitude expérimentaux

Pour les assemblages et la structure testés, les facteurs expérimentaux sont déterminés pour les variables d'intérêt puis pour la relation force - déplacement monotone.

2.2.4.1 Facteurs de similitude sur les variables d'intérêt

Pour chaque variable d'intérêt x , on détermine le facteur de similitude :

$$\lambda_x = x^{(F)}/x^{(R)} \quad (2.21)$$

$x^{(F)}$ est la valeur de x à l'échelle 1 et $x^{(R)}$ est la valeur de x à l'échelle réduite.

— **Moyenne et coefficient de variation :**

Ainsi, la moyenne de λ_x est définie par

$$\overline{\lambda_x} = \overline{x^{(F)}/x^{(R)}} \quad (2.22)$$

Puis l'écart type de λ_x est estimé au premier ordre par [WMM07e]

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

$$s_{\lambda x} = \sqrt{\left(s_{x^{(F)}} \frac{\partial \lambda_x}{\partial x^{(F)}}\right)^2 + \left(s_{x^{(R)}} \frac{\partial \lambda_x}{\partial x^{(R)}}\right)^2} \quad (2.23)$$

soit

$$s_{\lambda x} = \sqrt{\left(\frac{s_{x^{(F)}}}{x^{(R)}}\right)^2 + \left(\frac{s_{x^{(R)}} x^{(F)}}{(x^{(R)})^2}\right)^2} \quad (2.24)$$

En plus du facteur entre l'échelle 1 et l'échelle réduite, on considère le facteur entre les échelles 1/2 et 1/3. L'ensemble des facteurs ainsi obtenus sont donnés dans les tableaux 2.13 à 2.18. La dispersion des facteurs expérimentaux varie entre 5 et 50%. Pour les assemblages en monotone, la dispersion des facteurs est plus faible pour la force maximale que pour les autres variables d'intérêt. Cela est cohérent avec les dispersions des variables elles mêmes (tableau 2.5).

Facteur	entre échelles 1 et 1/2	entre échelles 1 et 1/3	entre échelles 1/2 et 1/3
λ_{Kua}	2 ± 24%	4, 29 ± 34%	2, 14 ± 38%
λ_{Fma}	3, 53 ± 11%	7, 84 ± 10%	2, 22 ± 9%
λ_{uma}	1, 75 ± 21%	2, 94 ± 16%	1, 68 ± 22%

Tableau 2.13 – Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et *CV*)

Facteur	entre échelles 1 et 1/2	entre échelles 1 et 1/3	entre échelles 1/2 et 1/3
$\lambda_{K\theta a}$	8, 32 ± 44%	26, 2 ± 45%	3, 15 ± 39%
λ_{Mma}	5, 65 ± 15%	19, 2 ± 17%	3, 39 ± 18%
$\lambda_{\theta ma}$	0, 616 ± 34%	0, 702 ± 41%	1, 14 ± 47%

Tableau 2.14 – Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et *CV*)

Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%)	facteur entre échelles 1 et 1/2	facteur entre échelles 1 et 1/3	facteur entre échelles 1/2 et 1/3
[92; 146]	0, 635 ± 37%	0, 792 ± 39%	1, 25 ± 32%
[178; 217]	0, 659 ± 38%	0, 613 ± 36%	0, 93 ± 26%
[356; 438]	0, 691 ± 33%	0, 759 ± 40%	1, 1 ± 23%
[576; 796]	0, 605 ± 38%	0, 685 ± 41%	1, 13 ± 17%

Tableau 2.15 – Facteurs expérimentaux sur l'amortissement ζ_{ha} , essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et *CV*)

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Facteur	entre échelles		
	1 et 1/2	1 et 1/3	1/2 et 1/3
λ_{Ks}	$2,04 \pm 13\%$	$3,43 \pm 10\%$	$1,68 \pm 15\%$
λ_{Fms}	$3,5 \pm 10\%$	$8,58 \pm 16\%$	$2,45 \pm 17\%$
λ_{ums}	$1,86 \pm 25\%$	$1,67 \pm 30\%$	$0,898 \pm 39\%$

Tableau 2.16 – Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

Facteur	entre échelles 1/2 et 1/3
λ_{Ks}	$0,965 \pm 33\%$
λ_{Fms}	$2,46 \pm 24\%$
λ_{ums}	$2,94 \pm 42\%$

Tableau 2.17 – Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et CV)

Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%)	facteur entre échelles 1 et 1/2	facteur entre échelles 1 et 1/3	facteur entre échelles 1/2 et 1/3
76	$0,922 \pm 16\%$	$0,875 \pm 13\%$	$0,949 \pm 16\%$
101	$1,06 \pm 15\%$	$1,13 \pm 13\%$	$1,07 \pm 17\%$

Tableau 2.18 – Facteurs expérimentaux sur l'amortissement ζ_{hs} , essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

— Intervalles de confiance :

Compte tenu de la dispersion des facteurs expérimentaux, des intervalles de confiance sont constitués. Ils seront utilisés au chapitre 3 pour la comparaison expérimental / analytique. Pour un facteur λ_x , on détermine l'intervalle de confiance pour μ_{λ_x} , avec μ_{λ_x} la moyenne de λ_x pour un échantillon de taille infinie. Pour constituer ces intervalles, la loi de distribution du facteur λ_x doit être définie. Plusieurs hypothèses sont envisagées. La démarche est similaire à celle de la partie 2.2.2.1.

— Le facteur suit une loi Normale :

Si λ_x suit une loi Normale, alors les bornes de l'intervalle de confiance au risque α_c sont

$$\begin{cases} \mu_{\lambda_x}^{(\text{inf})} = \bar{\lambda}_x - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.25a) \\ \mu_{\lambda_x}^{(\text{sup})} = \bar{\lambda}_x + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.25b) \end{cases}$$

$Q_{\alpha_c/2}$ est le quantile $\alpha_c/2$ de la loi Student à $n_\lambda - 1$ degrés de liberté. n_λ est la taille d'échantillon pour λ_x , considérée égale à

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

$$n_\lambda = \min \left\{ n_e^{(F)}, n_e^{(R)} \right\} \quad (2.26)$$

— **Le facteur suit une loi Lognormale :**

Si λ_x suit une loi Lognormale ($\ln(\lambda_x) = \ln(x^{(F)}) - \ln(x^{(R)})$ suit une loi Normale), alors on définit l'intervalle de confiance d'abord pour $\mu_{\ln \lambda_x}$. Pour un risque α_c , les bornes de l'intervalle sont

$$\begin{cases} (\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{inf})} = \overline{\ln \lambda_x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln \lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.27a) \\ (\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{sup})} = \overline{\ln \lambda_x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln \lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.27b) \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} \overline{\ln(\lambda_x)} = \overline{\ln x^{(F)}} - \overline{\ln x^{(R)}} & (2.28a) \\ (s_{\ln \lambda_x})^2 = (s_{\ln x^{(F)}})^2 + (s_{\ln x^{(R)}})^2 & (2.28b) \end{cases}$$

Ensuite compte tenu de

$$\mu_{\lambda_x} = \exp \left(\mu_{\ln \lambda_x} + \frac{(s_{\ln \lambda_x})^2}{2} \right) \quad (2.29)$$

on en déduit l'intervalle de confiance pour μ_{λ_x} . Les bornes de cet intervalle sont

$$\begin{cases} \mu_{\lambda_x}^{(\text{inf})} = \exp \left((\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{inf})} + \frac{(s_{\ln \lambda_x})^2}{2} \right) & (2.30a) \\ \mu_{\lambda_x}^{(\text{sup})} = \exp \left((\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{sup})} + \frac{(s_{\ln \lambda_x})^2}{2} \right) & (2.30b) \end{cases}$$

Par exemple, la figure 2.23 montre les intervalles de confiance sur le facteur $\lambda_{K_{ua}}$, pour des valeurs de α_c entre 1 et 10% et deux hypothèses de lois de distribution.

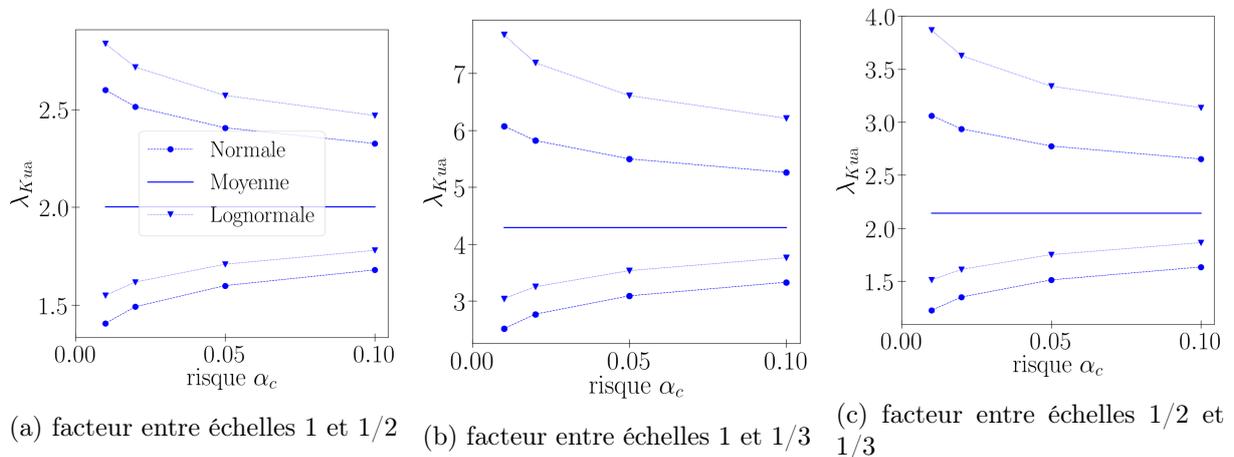


FIGURE 2.23 – Intervalles de confiance expérimentaux sur $\lambda_{K_{ua}}$

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.4.2 Facteurs de similitude sur la relation force - déplacement

A présent, les facteurs sur la relation force - déplacement monotone sont déterminés, pour les assemblages et la structure. Pour les assemblages, la courbe force - déplacement considérée pour chaque échelle est celle du modèle *Saws* (figure 2.13). Pour la structure, on considère la courbe force - déplacement moyenne (figure 2.20). Le facteur sur la force est défini par $\lambda_F = F^{(F)}/F^{(R)}$. $F^{(F)}$ est la force à l'échelle 1 pour un déplacement $u^{(F)}$, et $F^{(R)}$ est la force à l'échelle réduite pour un déplacement $u^{(R)}$, avec $\lambda_u = u^{(F)}/u^{(R)}$. Il s'agit d'établir le facteur λ_F pour chaque déplacement $u^{(F)}$, avec λ_u fixé. Pour des courbes force - déplacement linéaires, le facteur λ_F est indépendant de $u^{(F)}$ et proportionnel à λ_u . En revanche, les courbes force - déplacement considérées (figures 2.13 et 2.20) sont non linéaires. Par conséquent le facteur λ_F dépend de $u^{(F)}$ et λ_u . Par exemple pour les assemblages, entre échelles 1 et 1/3, en fixant $\lambda_{ua} = \lambda_{uma} = 2,94$, la figure 2.24 montre que λ_{Fa} dépend de $u_a^{(F)}$. En effet, on a $\lambda_{Fa} = 7,79$ pour $u_a^{(F)} = 9$ mm, et on a $\lambda_{Fa} = 11,3$ pour $u_a^{(F)} = 0,5$ mm.

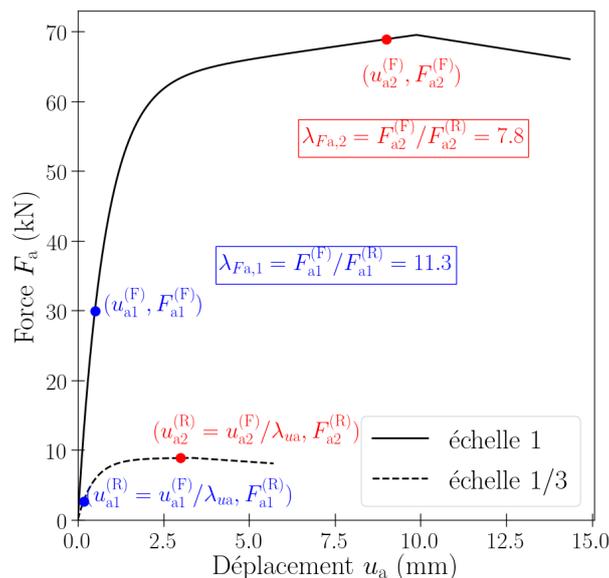


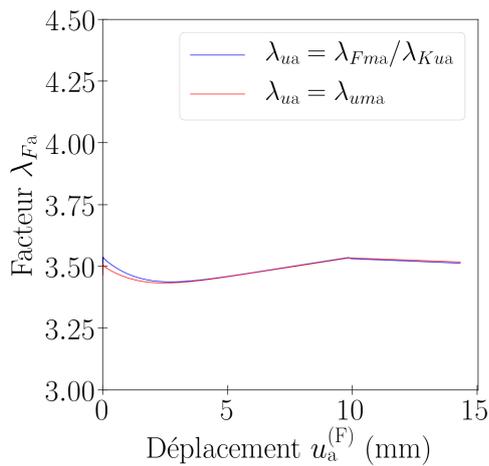
FIGURE 2.24 – Dépendance entre le facteur λ_{Fa} et le déplacement $u_a^{(F)}$ (pour les assemblages, entre échelles 1 et 1/3, avec $\lambda_{ua} = 2,94$)

Le facteur λ_F est illustré sur la figure 2.25 : pour les assemblages et la structure, entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Le facteur λ_F est donné en fonction de $u^{(F)}$, en considérant deux possibilités pour λ_u :

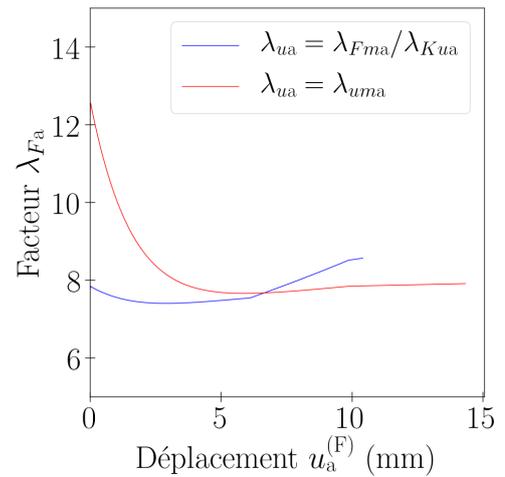
- une obtenue par le rapport de λ_{Fm} et λ_K ,
- la seconde en l'égalisant au facteur du déplacement maximal u_m .

La figure 2.25 montre que le facteur λ_F dépend à la fois de $u^{(F)}$ et de λ_u , comme évoqué précédemment. Au delà d'une certaine valeur $u^{(F)}$, le facteur λ_F ne peut plus être défini, car le déplacement $u^{(R)} = u^{(F)}/\lambda_u$ est en dehors de la courbe force - déplacement de l'échelle réduite.

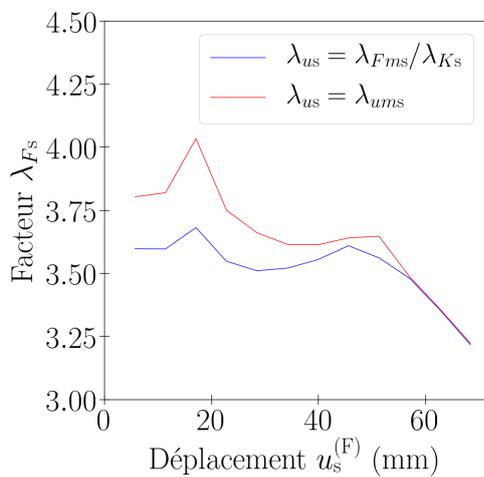
2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE



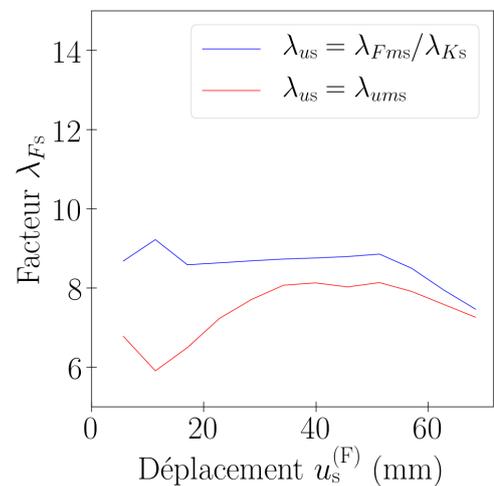
(a) facteur λ_{Fa} , entre échelles 1 et 1/2



(b) facteur λ_{Fa} , entre échelles 1 et 1/3



(c) facteur λ_{Fs} (structure à un niveau), entre échelles 1 et 1/2



(d) facteur λ_{Fs} (structure à un niveau), entre échelles 1 et 1/3

FIGURE 2.25 – Facteurs λ_{Fa} et λ_{Fs} expérimentaux



2.2.5 Conclusion

Des essais monotones et cycliques ont été réalisés sur les assemblages et la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Cela a permis de caractériser leurs comportements monotones et cycliques. Les données expérimentales présentent une dispersion importante, du fait de la variabilité des propriétés du bois notamment. Par conséquent des intervalles de confiance ont été établis. A partir des données obtenues, des facteurs de similitude expérimentaux ont été établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Ces facteurs présentent eux aussi une dispersion importante. Concernant les assemblages, un modèle analytique de comportement a été établi.

2.3 Essais dynamiques sur la structure

Des essais dynamiques ont été réalisés sur la structure, à *FCBA*. La configuration de la structure est identique à celles des essais monotones et cycliques. Seule la structure à un niveau est

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

concernée par ces essais. Pour chaque échelle, les éprouvettes sont nommées de 7 à 9. Deux types d'essais sont réalisés : des essais sur table vibrante, puis des essais au marteau de choc. Les essais sur table vibrante permettent de caractériser le comportement de la structure suite à un mouvement à sa base. Les essais au « marteau de choc » permettent quant à eux d'évaluer les caractéristiques vibratoires de la structure. Enfin, les facteurs de similitude sur les caractéristiques vibratoires sont établis.

2.3.1 Essais sur table vibrante

Ces essais sont réalisés à l'échelle 1. Après une présentation des méthodes d'essais, le comportement dynamique obtenu est analysé.

2.3.1.1 Méthodes d'essai

Les essais sont réalisés sur la table vibrante unidimensionnelle de *FCBA* (figure 2.26). Un support métallique est situé de chaque côté de la structure, afin d'éviter des déplacements hors plan. Sept accéléromètres sont disposés en haut de la structure et au niveau des assemblages.

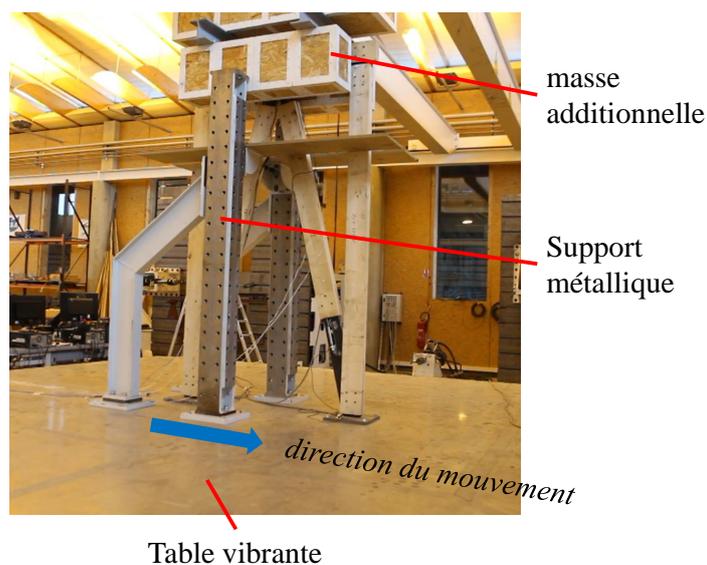


FIGURE 2.26 – Essais sur table vibrante, montage expérimental

Un mouvement est appliqué à la base de la structure. Ce mouvement est de type sinus balayé à déplacement constant (figure 2.27), avec une vitesse de balayage de 1 octave / minute (cela

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

signifie qu'à chaque minute, la fréquence est multipliée par 2). Il est défini par [Far00]

$$x(t) = A \begin{cases} \sin \left(\frac{2\pi f_1 T}{\ln \left(\frac{f_2}{f_1} \right)} \left(e^{\left(\frac{t}{T} \ln \left(\frac{f_2}{f_1} \right) \right)} - 1 \right) \right), t < T & (2.31a) \\ \sin \left(\frac{2\pi f_2 T}{\ln \left(\frac{f_1}{f_2} \right)} \left(e^{\left(\frac{t}{T} \ln \left(\frac{f_1}{f_2} \right) \right)} - 1 \right) \right), T < t < 2T & (2.31b) \end{cases}$$

avec A l'amplitude du signal, f_1 et f_2 respectivement les fréquences minimale et maximale, et T la durée de chaque branche ascendante et descendante.

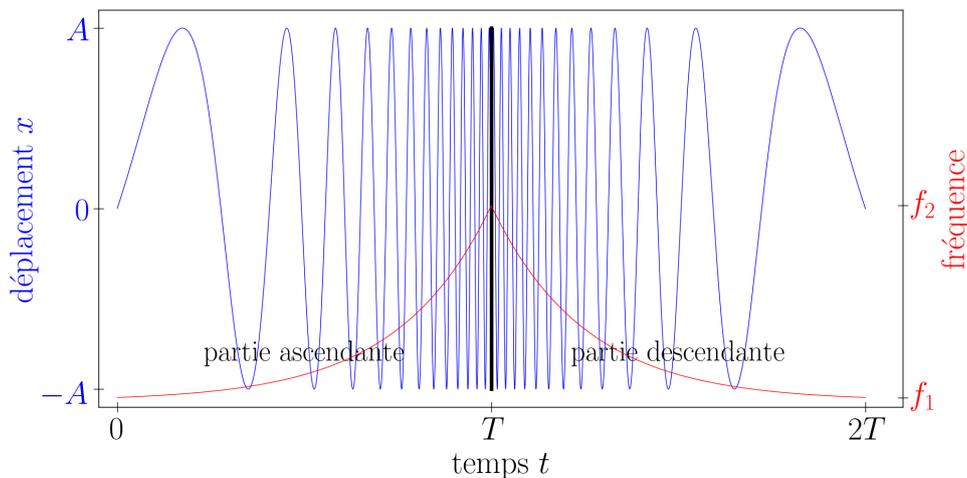


FIGURE 2.27 – Illustration d'un sinus balayé (balayage bien plus progressif en réalité)

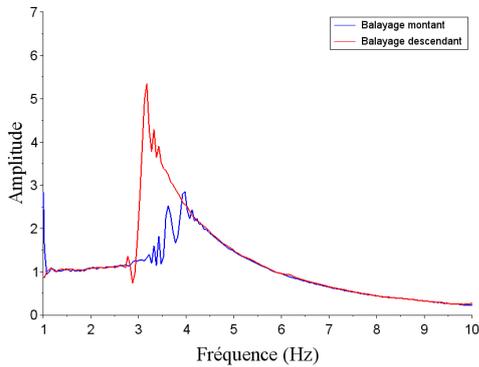
Un signal sinus balayé permet de solliciter la structure à toutes les fréquences successivement, avec une amplitude constante. Il permet donc de connaître les modes de la structures, leur contribution et leur amortissement. En revanche, un signal sismique a une amplitude très dépendante de la fréquence. Ainsi la réponse de la structure est très liée au signal d'entrée, donc il est difficile d'obtenir des données intrinsèques à la structure.

2.3.1.2 Comportement de la structure

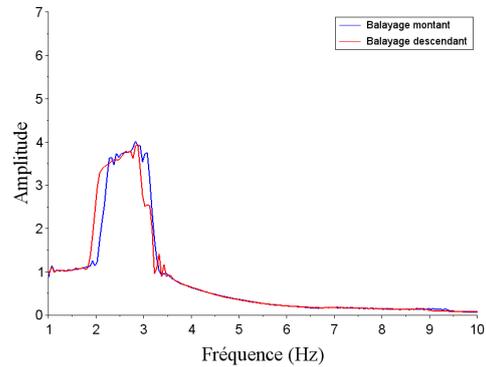
La réponse de la structure est représentée par une fonction de transfert (figures 2.28 à 2.30), pour différentes éprouvettes et différentes amplitudes de sollicitation. La résonance de la structure est obtenue pour une fréquence entre 2 et 5 Hz. Les fonctions de transfert obtenues présentent les particularités suivantes :

- elles dépendent du sens de balayage, en particulier pour une amplitude faible,
- elles sont dissymétriques et présentent un saut brutal, en particulier pour une amplitude faible et un balayage descendant,
- leur forme dépend de l'amplitude du signal d'entrée.

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

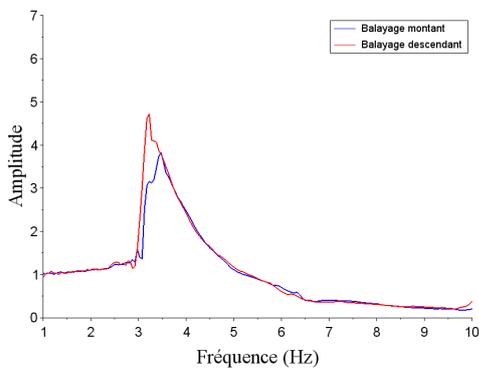


(a) amplitude de sollicitation 0,5 cm

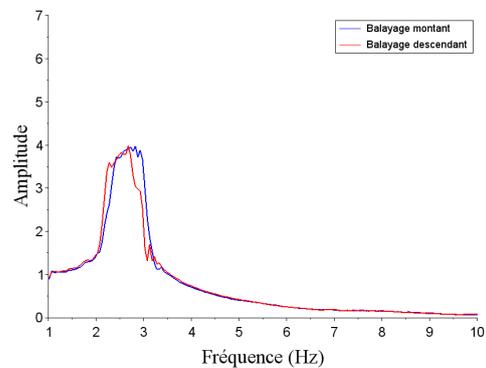


(b) amplitude de sollicitation 2,5 cm

FIGURE 2.28 – Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 7

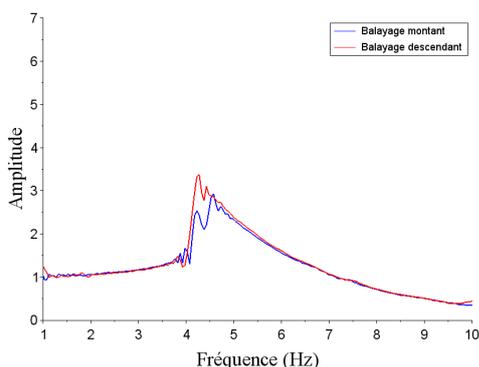


(a) amplitude de sollicitation 0,5 cm

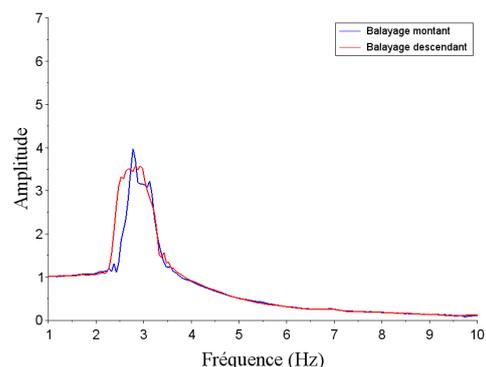


(b) amplitude de sollicitation 2,5 cm

FIGURE 2.29 – Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 8



(a) amplitude de sollicitation 0,5 cm



(b) amplitude de sollicitation 2,5 cm

FIGURE 2.30 – Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 9

Ces particularités sont caractéristiques des comportements non linéaires [NK17]. La résonance obtenue est donc nommée par la suite « résonance non linéaire ». Notons que ces particularités des fonctions de transfert sont plus prononcées pour l'éprouvette 7 que pour les deux autres. Cela est dû au fait que pour l'éprouvette 7, d'autres essais ont été réalisés en amont (bruit blanc, sinus

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

harmonique,...), ce qui a pu modifier légèrement les propriétés dynamiques. Les phénomènes à l'origine de ces non-linéarités peuvent être estimés, d'après les observations suivantes :

- aucun endommagement ou déformation permanente n'est constaté sur la structure,
- les sollicitations sont faibles,
- les particularités évoquées des fonctions de transfert sont plus prononcées pour de faibles amplitudes.

D'après ces observations, les non linéarités ne sont pas dues à de la plasticité ou de l'endommagement, et ne sont donc pas matérielles. En revanche elles peuvent être dues aux jeux et chocs dans les assemblages. Pour identifier plus précisément les phénomènes à l'origine des non linéarités, une analyse temporelle est effectuée.

En chaque instant de l'essai, la *FFT* (*Fast Fourier Transform*) du signal de réponse est établie sur un faible intervalle de temps, avec l'outil *EasyMod Toolbox* [KBFC12]. L'évolution de la *FFT* en fonction du temps est montrée sur la figure 2.31.

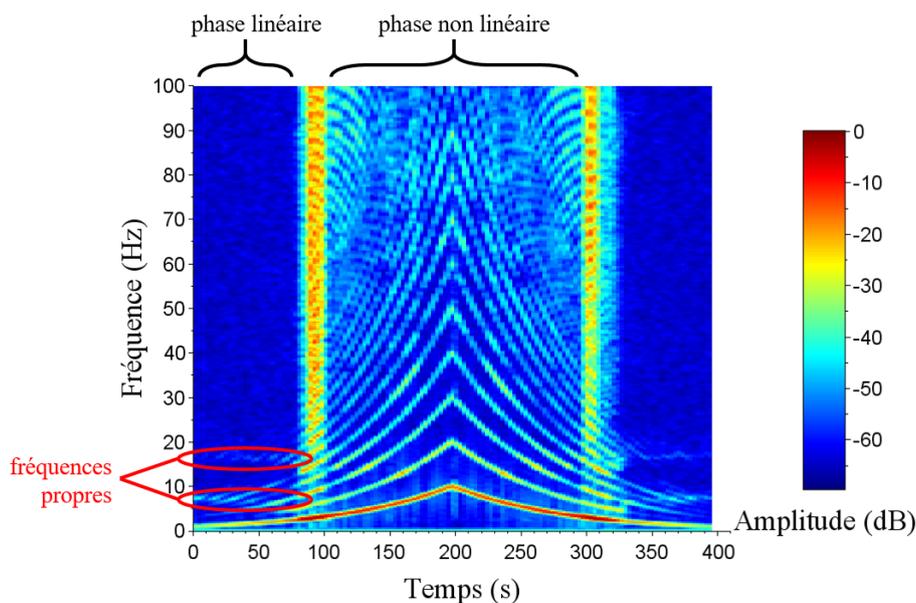


FIGURE 2.31 – Essais sur table vibrante, amplitude de la *FFT* en fonction du temps, éprouvette 9, amplitude de la sollicitation 2,5 cm

Pour des instants inférieurs à 100 s ou supérieurs à 320 s, la réponse est localisée principalement sur la fréquence du signal d'entrée. La réponse est aussi localisée, plus faiblement, sur les fréquences 8 et 16 Hz. Ces observations correspondent à un comportement linéaire. On en déduit que 8 et 16 Hz sont les fréquences propres de la structure. Notons que ces fréquences ne correspondent pas à celle de résonance non linéaire (entre 2 et 5 Hz, figures 2.28 à 2.30).

Pour des instants compris entre 100 et 320 s, le comportement est non linéaire. En effet, la réponse est localisée sur de nombreuses hautes fréquences, et particulièrement sur les harmoniques

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

du signal d'entrée. Un tel phénomène peut être le résultat de chocs dans les assemblages. Ces chocs peuvent être causés par un glissement des broches, en présence de jeux et au-delà d'un certain niveau de sollicitation. Par ailleurs lors des essais, des bruits de chocs ont été perçus. Enfin pour cette phase non linéaire, les fréquences propres de la structure (8 et 16 Hz) ne sont pas mobilisées.

Entre les phases linéaires et non linéaires, une phase de transition est constatée. C'est dans cette phase que la réponse est la plus importante, quelle que soit la fréquence. Par ailleurs les fréquences propres (8 et 16 Hz) ne présentent aucune « signature » dans cette phase. En effet, l'amplitude des fréquences propres ne se distingue pas de l'amplitude des autres fréquences. Notons que dans cette phase de réponse maximale, c'est la fréquence de résonance non linéaire (entre 2 et 5 Hz) qui est approchée par la fréquence de sollicitation, et non les fréquences propres.

2.3.1.3 Conclusion

Les essais sur table vibrante ont mis en évidence un comportement non linéaire de la structure. La résonance obtenue a été nommée par la suite « résonance non linéaire ». D'après une première analyse, cette non linéarité n'est pas due à de la plasticité ou de l'endommagement, puisqu'elle apparaît pour de très faibles amplitudes. Elle est probablement due aux jeux / chocs dans les assemblages. Pour identifier plus précisément les phénomènes à l'origine des non linéarités, une analyse temporelle a été effectuée. Cette analyse met en évidence deux phases distinctes. La première phase présente un comportement linéaire, et la seconde phase présente un comportement non linéaire. Les particularités suivantes sont relevées :

- les fréquences propres de la structure ne présentent aucune signature dans la phase non linéaire, ni dans la phase de transition,
- cette non linéarité du comportement est probablement due à des jeux / chocs dans les assemblages.

De tels phénomènes sont très complexes et une analyse approfondie n'est pas envisagée dans cette thèse. C'est pourquoi des essais au marteau de choc sont réalisés par la suite. De tels essais sont pertinents pour les raisons suivantes :

- ils ne mobilisent pas les phénomènes non linéaires évoqués précédemment, car les sollicitations sont très faibles et non entretenues,
- ils fournissent des informations riches sur les propriétés modales de la structure (fréquences, déformées, amortissements).

2.3.2 Essais au marteau de choc

Des essais au marteau de choc sont réalisés aux échelles 1, 1/2, 1/3. Après une présentation des méthodes d'essai et de calcul, les caractéristiques vibratoires obtenues sont analysées. Plus particulièrement, il s'agit d'identifier les modes présentant une certaine répétabilité entre les

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

éprouvettes. De tels modes sont nommés par la suite « modes réguliers ». Une fois ces modes identifiés, ils sont comparés entre les échelles.

2.3.2.1 Méthodes d'essai et de calcul

Des impacts sont appliqués sur la structure à l'aide d'un marteau. Les points d'impact du marteau sont les points 1 et 2 de la figure 2.32. Sept accéléromètres sont répartis dans la structure, selon la figure 2.32. Ils mesurent des accélérations horizontales dans le plan. Des accélérations verticales et hors plan sont aussi mesurées par les accéléromètres, mais elles ne sont pas prises en compte dans un premier temps. Ainsi pour chaque impact, les évolutions temporelles des accélérations et de la force d'impact sont relevées.

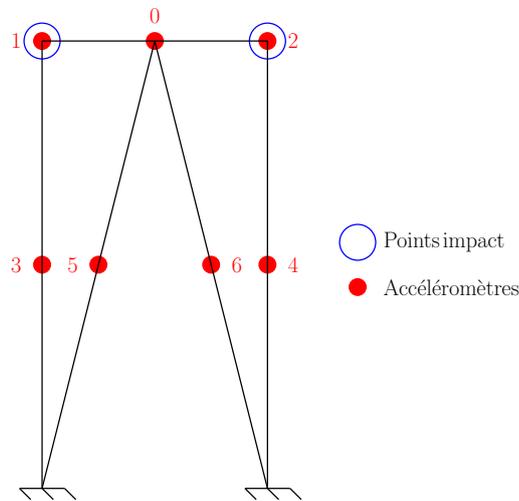


FIGURE 2.32 – Essais au marteau de choc, points d'impact et accéléromètres

A partir de ces données, une fonction de transfert H_{ab} [Avi01] (figure 2.33) est calculée par le logiciel *BK Connect* [BK21], pour chaque point d'impact a et chaque accéléromètre b . Cette fonction de transfert est définie par l'expression [Gé13,SR99] :

$$H_{ab}(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (2.32)$$

f est la fréquence. S_{xx} est la densité spectrale de puissance de la force d'impact en a :

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.33)$$

avec $i^2 = -1$. R_{xx} est la fonction d'auto-corrélation :

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau) dt \quad (2.34)$$

avec x la force d'impact en a , en fonction du temps t . S_{xy} est la densité croisée spectrale de puissance entre la force en a et l'accélération en b :

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

$$S_{xy}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.35)$$

R_{xy} est la fonction de corrélation croisée :

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t + \tau) dt \quad (2.36)$$

avec y l'accélération en b . La fonction H_{ab} comporte une partie réelle et une partie imaginaire. On s'intéresse à l'amplitude et à la phase de H_{ab} [Avi01].

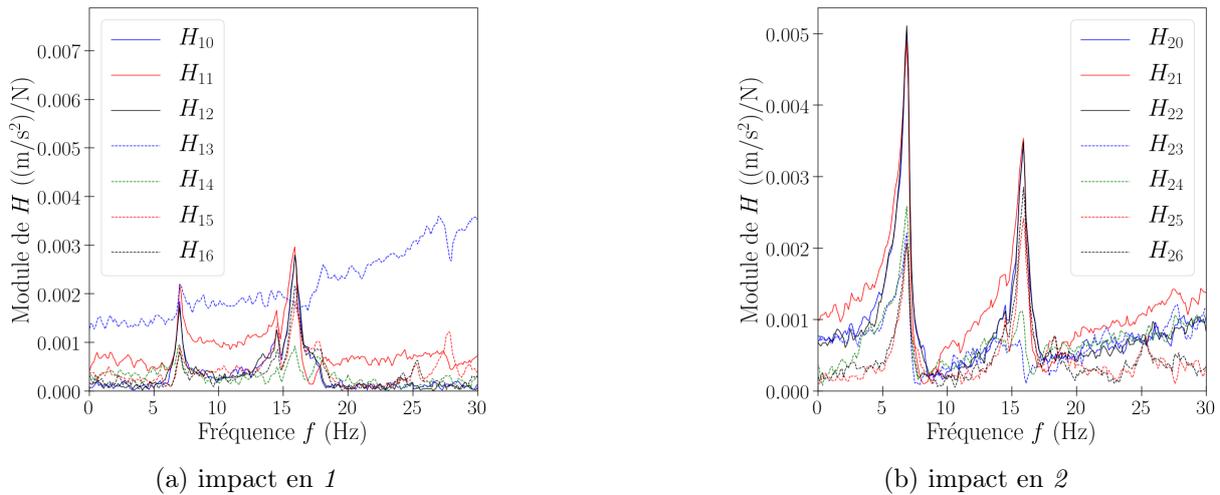


FIGURE 2.33 – Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, éprouvette 8 à l'échelle 1

A partir des fonctions de transfert, l'algorithme *Rational Fraction Polynomial Method* [KT09] est utilisé pour identifier les modes de vibration. A ces modes sont attribués une fréquence f , un amortissement visqueux réduit ζ_v , et une déformée modale [Gé13]. Cet amortissement visqueux n'est pas comparable avec celui hystérétique (partie 2.2), car il est lié au comportement élastique de la structure. Cet algorithme effectue plusieurs itérations, chacune d'elles aboutissant à un ensemble de modes (figure 2.34). Il est préférable de retenir les modes dont les caractéristiques (fréquence, déformée, amortissement) présentent une certaine stabilité entre les itérations.

Expérimentalement, certaines déformées modales peuvent être similaires. Cela peut être montré par une matrice *MAC* (*Modal Assurance Criterion*), symétrique et définie par [PBH12]

$$MAC_{ij} = \frac{(\vec{\Phi}_i \cdot \vec{\Phi}_j)^2}{(\vec{\Phi}_i \cdot \vec{\Phi}_i)(\vec{\Phi}_j \cdot \vec{\Phi}_j)} \quad (2.37)$$

$\vec{\Phi}_i$ et $\vec{\Phi}_j$ sont respectivement les vecteurs des $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ déformées modales. Les valeurs MAC_{ij} sont comprises entre 0 et 1 [PBH12], avec $MAC_{ii} = 1$. Deux déformées i et j sont d'autant plus similaires que la valeur MAC_{ij} est élevée [PBH12]. Enfin les valeurs MAC_{ij} ne dépendent pas de la normalisation en amplitude des vecteurs propres $\vec{\Phi}$. Ainsi pour l'éprouvette 8 par exemple,

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

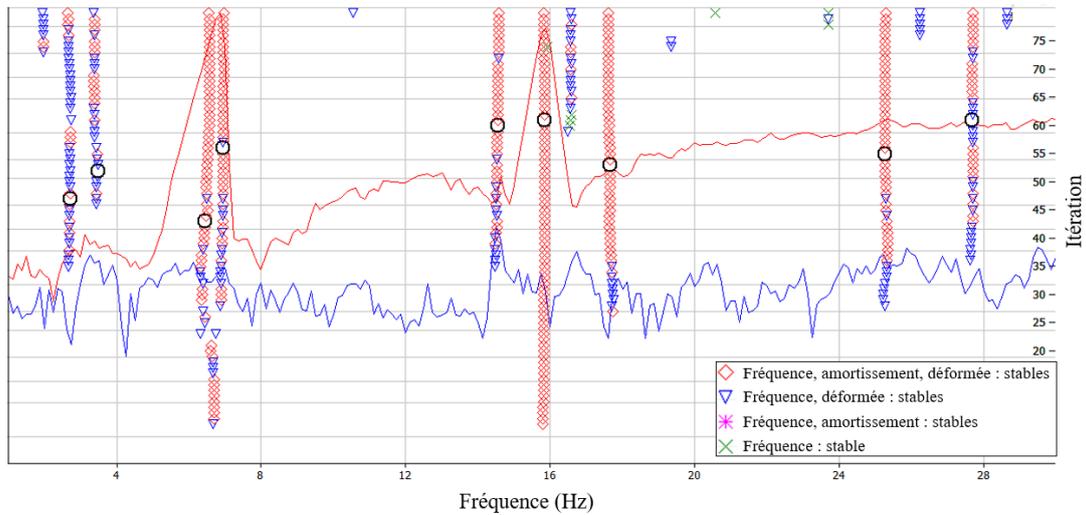


FIGURE 2.34 – Essais au marteau de choc, diagramme de stabilité

la figure 2.35 montre que les modes correspondant aux fréquences 6,46 Hz et 15,8 Hz ont des déformées modales assez similaires. Cela peut être dû à :

- un nombre de capteurs trop faible sur la structure (figure 2.32) [PBH12],
- des non-linéarités de comportement, même pour de faibles sollicitations.

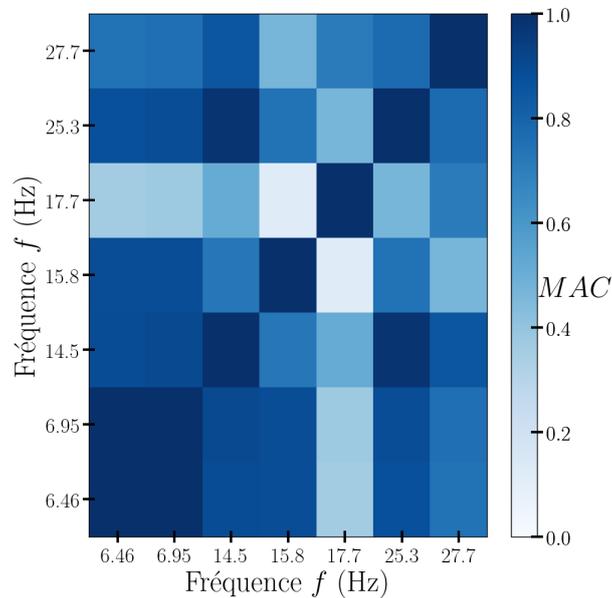


FIGURE 2.35 – Modes de vibration expérimentaux, matrice MAC pour l'éprouvette 8 de l'échelle 1

2.3.2.2 Identification des modes réguliers

Pour chaque échelle, il s'agit d'identifier les modes réguliers. Il est donc nécessaire de comparer les modes entre les différentes éprouvettes. Pour cela, pour chaque paire d'éprouvettes A et B ,

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

on utilise la matrice MAC définie par l'équation (2.37). $\vec{\Phi}_i$ est le vecteur de la déformée i de l'éprouvette A , et $\vec{\Phi}_j$ est le vecteur de la déformée j de l'éprouvette B .

Ainsi à l'échelle 1, les modes des éprouvettes 8 et 9 sont comparés sur la figure 2.37a.

- Les modes ayant une fréquence entre 6,46 Hz et 7,53 Hz sont très similaires, aussi bien en fréquence qu'en déformée modale, du fait que les valeurs MAC associées sont proches de 1. Ces modes sont désormais considérés comme le premier mode, avec une fréquence moyenne obtenue $f = 7,07$ Hz, et un amortissement moyen obtenu $\zeta_v = 4,22\%$. La déformée modale correspond à un déplacement horizontal de la poutre, elle est illustrée sur la figure 2.36a. Pour rappel, les amortissements, fréquences et déformées sont obtenus à partir des fonctions de transfert.
- Les modes ayant une fréquence de 14,5 Hz, 15,8 Hz et 16,3 Hz sont relativement similaires, aussi bien en fréquence qu'en déformée modale (déplacement horizontal de la poutre). Ces modes sont désormais considérés comme le second mode, avec une fréquence moyenne obtenue $f = 15,5$ Hz, et un amortissement moyen obtenu $\zeta_v = 1,94\%$.

Pour ces éprouvettes 8 et 9, les fréquences propres identifiées sont pertinentes car elles sont prédominantes, d'après les fonctions de transfert de la figure 2.33. Aussi ces fréquences correspondent à celles obtenues avec les essais sur table vibrante (partie 2.3.1). Concernant à présent l'éprouvette 7 de l'échelle 1, seul le second mode est reproduit (à $f = 17,1$ Hz), comme le montre la figure 2.37b. Cela est dû au fait que, comme évoqué dans la partie 2.3.1, les propriétés dynamiques de l'éprouvette 7 ont probablement été modifiées par des essais antérieurs (bruit blanc, sinus harmonique,...).

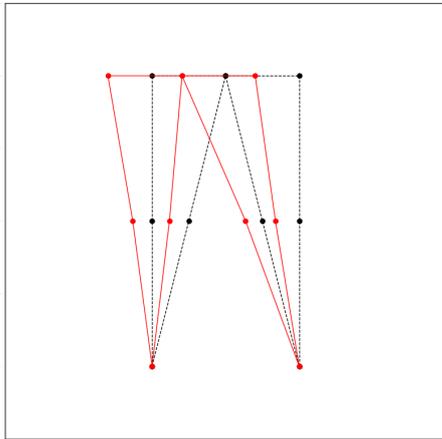
A l'échelle 1/2, les figures 2.37c et 2.37d ne montrent aucune répétabilité des modes entre les éprouvettes, du fait que les valeurs MAC associées sont proches de 0. Une analyse plus approfondie est par conséquent peu pertinente. Cela peut s'expliquer par la présence de phénomènes non linéaires [PBH12], induits par les jeux ou les frottements dans les assemblages.

A l'échelle 1/3, la figure 2.37e ne montre aucune répétabilité des modes entre les éprouvettes 7 et 8. Cela n'est néanmoins pas le cas entre les éprouvettes 7 et 9 de l'échelle 1/3, comme le montre la figure 2.37f.

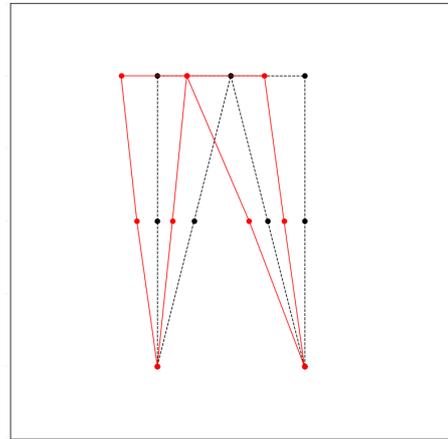
- En effet, les modes ayant une fréquence de 11,5 Hz et 16,9 Hz sont relativement similaires, aussi bien en fréquence qu'en déformée modale. Ces modes sont désormais considérés comme le premier mode, avec une fréquence moyenne obtenue $f = 14,2$ Hz, et un amortissement moyen obtenu $\zeta_v = 14,9\%$. La déformée modale correspond à un déplacement horizontal de la poutre, elle est illustrée sur la figure 2.36b.
- Les modes ayant une fréquence de 28,4 Hz et 31 Hz sont également relativement similaires, aussi bien en fréquence qu'en déformée modale (déplacement horizontal de la poutre).

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

Ces modes sont désormais considérés comme le second mode, avec une fréquence moyenne obtenue $f = 29,7$ Hz, et un amortissement moyen obtenu $\zeta_v = 4,25\%$.



(a) éprouvette 8, échelle 1, $f = 6,46$ Hz

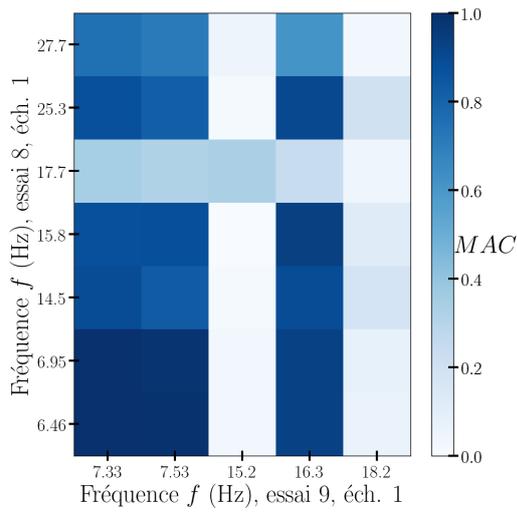


(b) éprouvette 7, échelle 1/3, $f = 11,5$ Hz

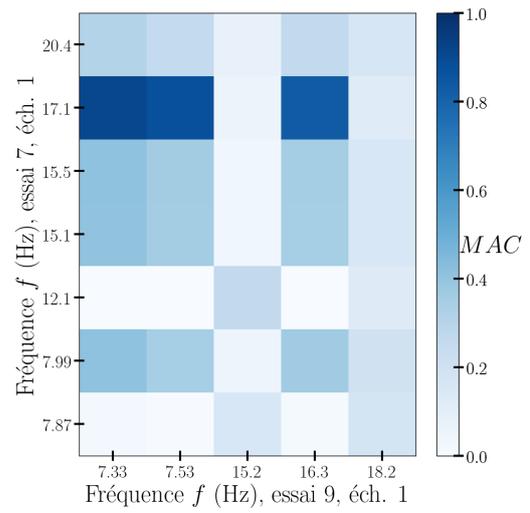
FIGURE 2.36 – Modes de vibration expérimentaux, déformées

Pour rappel dans cette analyse, les modes ont été déterminés à partir des fonctions de transfert, en tenant compte seulement des accélérations horizontales dans le plan. Si les accélérations verticales et hors plan sont prises en compte, on retrouve le premier mode identifié précédemment. Les seuls modes supplémentaires obtenus sont des modes de torsion et de flexion hors plan. Ces modes ne sont pas étudiés par la suite, car ils ne sont pas mobilisés par les sollicitations horizontales dans le plan.

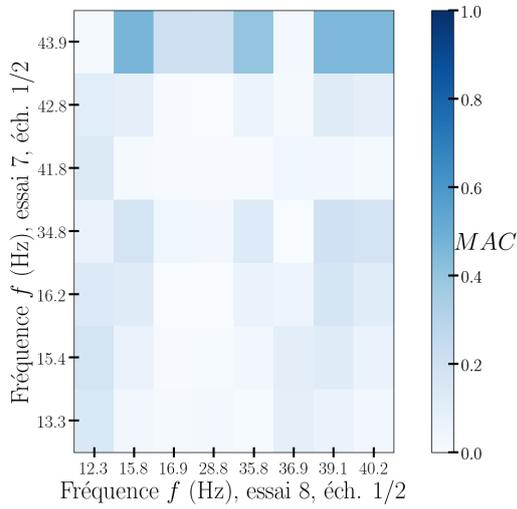
2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE



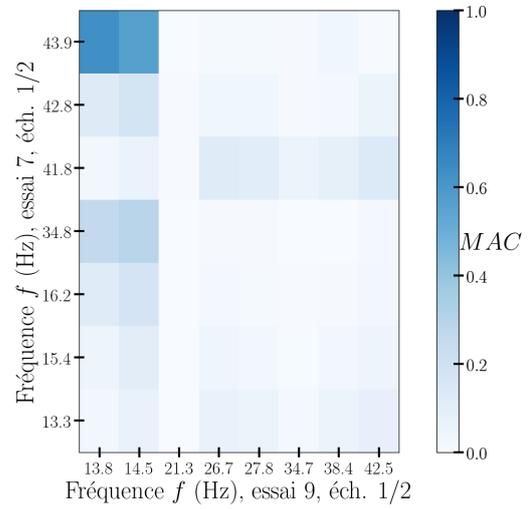
(a) éprouvettes 8 et 9, échelle 1



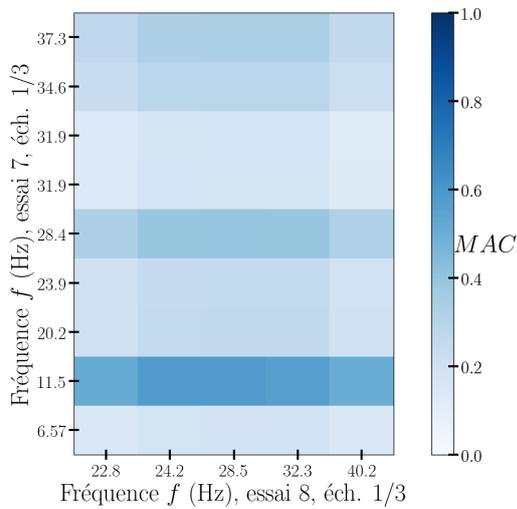
(b) éprouvettes 7 et 9, échelle 1



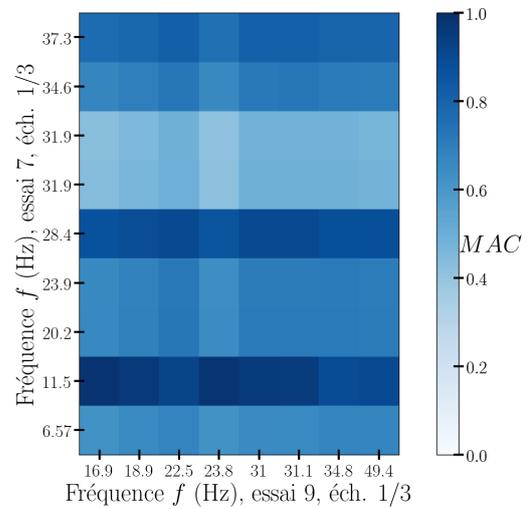
(c) éprouvettes 7 et 8, échelle 1/2



(d) éprouvettes 7 et 9, échelle 1/2



(e) éprouvettes 7 et 8, échelle 1/3



(f) éprouvettes 7 et 9, échelle 1/3

FIGURE 2.37 – Modes de vibration expérimentaux, matrice MAC entre éprouvettes

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

2.3.2.3 Comparaison entre les échelles

Une fois avoir identifié les modes réguliers pour chaque échelle, une comparaison est effectuée entre les échelles. L'échelle 1/2 n'est pas considérée, car aucun mode régulier n'a été identifié. La comparaison est donc effectuée entre les échelles 1 et 1/3.

Pour la fréquence, le facteur de similitude moyen est

$$\lambda_f = \frac{7,07}{14,2} = 0,50 \quad (2.38)$$

pour le premier mode et

$$\lambda_f = \frac{15,5}{29,7} = 0,52 \quad (2.39)$$

pour le second mode. Le facteur λ_f pour le premier mode est proche de celui pour le second mode.

Pour l'amortissement, le facteur moyen est

$$\lambda_{\zeta v} = \frac{4,22}{14,9} = 0,28 \quad (2.40)$$

pour le premier mode et

$$\lambda_{\zeta v} = \frac{1,94}{4,25} = 0,46 \quad (2.41)$$

pour le second mode. Un facteur $\lambda_{\zeta v}$ inférieur à 1 signifie que l'amortissement est plus élevé à l'échelle 1/3 qu'à l'échelle 1. Cela peut vraisemblablement s'expliquer par le jeu relatif dans les assemblages, plus élevé à l'échelle 1/3 qu'à l'échelle 1.

Concernant la déformée modale, elle est globalement conservée par changement d'échelle, aussi bien pour le premier que pour le second mode, du fait que les valeurs *MAC* sont relativement proches de 1 (tableaux 2.19 et 2.20).

			échelle 1			
			ép 8		ép 9	
			$f = 6,46$ Hz	$f = 6,95$ Hz	$f = 7,33$ Hz	$f = 7,53$ Hz
échelle 1/3	ép 7	$f = 11,5$ Hz	0,99	0,987	0,991	0,98
	ép 9	$f = 16,9$ Hz	0,977	0,98	0,981	0,958

Tableau 2.19 – Modes de vibration expérimentaux, valeurs *MAC* entre échelles 1 et 1/3, premier mode

2.4. CONCLUSION

			échelle 1		
			ép 8		ép 9
			$f = 14,5 \text{ Hz}$	$f = 15,8 \text{ Hz}$	$f = 16,3 \text{ Hz}$
échelle 1/3	ép 7	$f = 28,4 \text{ Hz}$	0,685	0,829	0,794
	ép 9	$f = 31 \text{ Hz}$	0,855	0,947	0,954

Tableau 2.20 – Modes de vibration expérimentaux, valeurs MAC entre échelles 1 et 1/3, second mode

2.3.2.4 Conclusion partielle

Des essais au marteau de choc ont permis de déterminer les caractéristiques vibratoires de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Il a été possible d'identifier des modes présentant une certaine répétabilité, pour les échelles 1 et 1/3. Ces modes ont alors été comparés, entre les échelles 1 et 1/3 : les déformées modales sont globalement conservées par changement d'échelle. Concernant la fréquence, le facteur de similitude pour le premier mode est proche de celui pour le second mode.

2.4 Conclusion

Des essais monotones et cycliques ont été réalisés sur les assemblages et la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Les résultats obtenus présentent une dispersion importante, du fait de la variabilité du matériau bois notamment. Par conséquent des intervalles de confiance ont été établis. A partir des données obtenues, des facteurs de similitude expérimentaux ont été établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Ces facteurs présentent eux aussi une dispersion importante. Concernant les assemblages, un modèle analytique de comportement a été établi. Ensuite, des essais au marteau de choc ont permis de déterminer les caractéristiques vibratoires de la structure, aux trois échelles. Il a été possible d'identifier des propriétés modales présentant une certaine répétabilité, pour les échelles 1 et 1/3. Ces propriétés ont alors été comparés, entre les échelles 1 et 1/3 : les déformées modales sont globalement conservées par changement d'échelle.

Dans ce chapitre, nous avons identifié les facteurs expérimentaux pour une structure particulière. Cependant les résultats ne sont pas généralisables. Dans le chapitre suivant, les facteurs de similitude sont établis pour des configurations plus générales, à partir des méthodes analytiques. Il s'agit aussi d'évaluer les limites des méthodes analytiques.

Chapitre 3

Constitution des facteurs de similitude par des méthodes analytiques, et comparaison avec l'expérimental

Sommaire

3.1	Constitution des facteurs de similitude pour des assemblages bois .	64
3.1.1	Méthode DA	64
3.1.2	Méthode STAGE sur la base d'un modèle simplifié du comportement . .	67
3.1.3	Déduction des facteurs de similitude et comparaison avec l'expérimental	71
3.1.4	Détermination des facteurs de similitude sur la relation force - déplacement	79
3.1.5	Conclusion	82
3.2	Facteurs de similitude sur le comportement monotone et cyclique de la structure	82
3.2.1	Domaine élastique linéaire	83
3.2.2	Prise en compte du comportement non linéaire des assemblages bois . .	87
3.2.3	Force maximale et déplacement associé	90
3.2.4	Amortissement hystérétique	90
3.2.5	Comparaison avec l'expérimental	92
3.2.6	Conclusion	99
3.3	Constitution des facteurs de similitude pour le comportement dynamique de la structure	100
3.3.1	Domaine élastique linéaire	100
3.3.2	Prise en compte des non-linéarités matérielles dans les assemblages bois	107
3.3.3	Constitution de relations de similitude pour un modèle simplifié de la structure	109
3.3.4	Conclusion partielle	111
3.4	Conclusion	111

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

Dans ce chapitre, les facteurs de similitude sont déterminés à partir des méthodes analytiques de la partie 1.2. Pour cela une démarche multi-niveau est adoptée. Pour rappel, cette démarche consiste à établir les facteurs en premier lieu pour les assemblages, pour le comportement monotone et cyclique de la structure, puis pour le comportement dynamique. Les méthodes analytiques imposent des conditions sur les paramètres des assemblages ou de la structure. Deux approches sont alors utilisées et comparées, par rapport à ces conditions. Enfin, les facteurs obtenus analytiquement sont comparés aux facteurs expérimentaux. Les limites des méthodes expérimentales et analytiques sont évaluées.

3.1 Constitution des facteurs de similitude pour des assemblages bois

Il s'agit d'élaborer des facteurs de similitude pour les assemblages, à partir des méthodes analytiques (partie 1.2). Pour cela, des relations de similitude sont établies, par deux approches différentes.

- Dans la première approche, aucune hypothèse simplificatrice n'est considérée pour les assemblages. Aussi c'est la méthode *DA* qui est utilisée. En effet comme montré dans la partie 1.2, la méthode *DA* ne nécessite pas de déterminer l'équation, souvent complexe, qui lie les paramètres d'entrée et la variable d'intérêt.
- Dans la seconde approche, on considère un modèle simplifié du comportement. C'est la méthode *STAGE* qui est utilisée. Cette seconde approche peut aboutir à des relations de similitude moins restrictives qu'avec la première approche. Pour rappel, on définit par *relations restrictives* des relations qui imposent des contraintes fortes sur les paramètres (d'assemblage), ce qui n'est pas souhaitable.

Parmi les deux différentes approches, des relations de similitude sont retenues. Les facteurs de similitude sur les variables d'intérêt sont déduits de ces relations, puis ils sont comparés à ceux expérimentaux (partie 2.2.4). Cela permet d'évaluer les limites des méthodes analytiques. Enfin, on détermine analytiquement des facteurs de similitude sur la relation force - déplacement de l'assemblage. Les facteurs analytiques sont comparés à ceux obtenus expérimentalement.

3.1.1 Méthode DA

Les variables d'intérêt au niveau de l'assemblage sont :

- la force maximale F_{ma} (N) et le déplacement associé u_{ma} (m),
- le moment maximal M_{ma} (Nm) et la rotation associée θ_{ma} (sans unité),
- les raideurs élastiques, en translation K_{ua} (N/m) et en rotation $K_{\theta a}$ (Nm),
- l'amortissement hystérétique ζ_{ha} (sans unité).

Les paramètres, dont dépendent les variables d'intérêt, sont les dimensions et les propriétés matérielles. Les dimensions sont (figure 3.1) :

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

- la demi-longueur de contact bois / broche, t ,
- l'épaisseur de la plaque métallique, e_a ,
- le diamètre des broches, d ,
- l'espacement de rive longitudinal, a_0 ,
- les espacements entre les broches, a_1, a_2 , notés a par la suite,
- la largeur du bois, l_b ,
- la largeur de la plaque, l_a .

Les propriétés matérielles sont :

- les propriétés mécaniques du bois, σ_b ,
- les propriétés mécaniques de l'acier, σ_a .

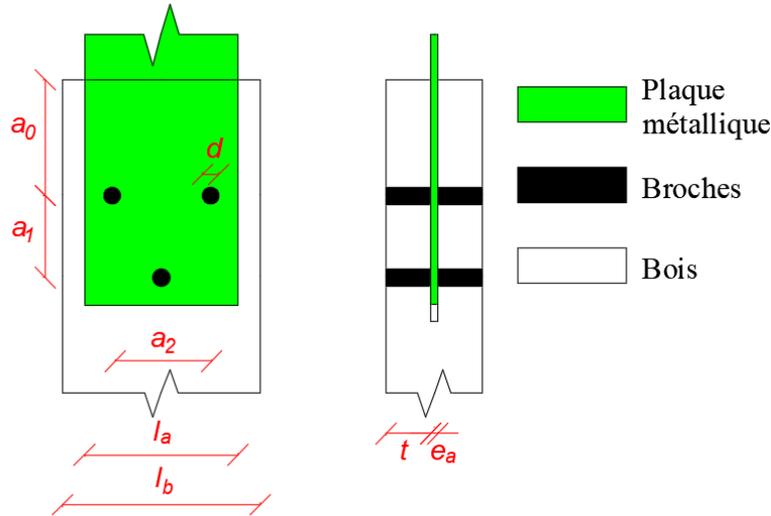


FIGURE 3.1 – Notations des dimensions des assemblages étudiés

La méthode DA (partie 1.2.3) est utilisée ci-après. Tout d'abord, les dimensions fondamentales adoptées sont « m » et « Pa ». Par ailleurs les nombres adimensionnels π sont de la forme (conformément à (1.15)) :

$$\pi = e_a^{\alpha_{ea}} t^{\alpha_t} a_0^{\alpha_{a0}} a^{\alpha_a} l_a^{\alpha_{la}} l_b^{\alpha_{lb}} d^{\alpha_d} \sigma_a^{\alpha_{\sigma a}} \sigma_b^{\alpha_{\sigma b}} K_{ua}^{\alpha_{K_{ua}}} K_{\theta a}^{\alpha_{K_{\theta a}}} F_{ma}^{\alpha_{F_{ma}}} u_{ma}^{\alpha_{u_{ma}}} M_{ma}^{\alpha_{M_{ma}}} \theta_{ma}^{\alpha_{\theta_{ma}}} \zeta_{ha}^{\alpha_{\zeta_{ha}}} \quad (3.1)$$

Puis la condition d'adimensionnalité est (conformément à (1.19)) :

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

$$[\pi] = \mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_{ea} \\ \alpha_t \\ \alpha_{a0} \\ \alpha_a \\ \alpha_{la} \\ \alpha_{lb} \\ \alpha_d \\ \alpha_{\sigma a} \\ \alpha_{\sigma b} \\ \alpha_{K_{ua}} \\ \alpha_{K_{\theta a}} \\ \alpha_{F_{ma}} \\ \alpha_{u_{ma}} \\ \alpha_{M_{ma}} \\ \alpha_{\theta_{ma}} \\ \alpha_{\zeta_{ha}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \\ & \begin{pmatrix} [e_a] & [t] & [a_0] & [a] & [l_a] & [l_b] & [d] & [\sigma_a] & [\sigma_b] & [K_{ua}] & [K_{\theta a}] & [F_{ma}] & [u_{ma}] & [M_{ma}] & [\theta_{ma}] & [\zeta_{ha}] \\ = & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Les nombres adimensionnels sont obtenus par la méthode *Repeating Variables*, où les *Repeating Variables* choisies ici sont σ_b et t . On obtient alors

$$\left\{ \begin{array}{ll} \pi_1 = e_a/t & (3.4a) \\ \pi_2 = a_0/t & (3.4b) \\ \pi_3 = a/t & (3.4c) \\ \pi_4 = l_a/t & (3.4d) \\ \pi_5 = l_b/t & (3.4e) \\ \pi_6 = d/t & (3.4f) \\ \pi_7 = \sigma_a/\sigma_b & (3.4g) \\ \pi_8 = K_{ua}/(\sigma_b t) & (3.4h) \\ \pi_9 = K_{\theta a}/(\sigma_b t^3) & (3.4i) \\ \pi_{10} = F_{ma}/(\sigma_b t^2) & (3.4j) \\ \pi_{11} = u_{ma}/t & (3.4k) \\ \pi_{12} = M_{ma}/(\sigma_b t^3) & (3.4l) \\ \pi_{13} = \theta_{ma} & (3.4m) \\ \pi_{14} = \zeta_{ha} & (3.4n) \end{array} \right.$$

Enfin la conservation par changement d'échelle des nombres adimensionnels aboutit aux relations de similitude

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ea} = \lambda_{a0} = \lambda_a = \lambda_{lb} = \lambda_{la} = \lambda_d = \lambda_t \\ \lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^3 \\ \lambda_{F_{ma}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^2 \\ \lambda_{u_{ma}} = \lambda_t \\ \lambda_{M_{ma}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^3 \\ \lambda_{\theta_{ma}} = 1 \\ \lambda_{\zeta_{ha}} = 1 \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.5a) \\ (3.5b) \\ (3.5c) \\ (3.5d) \\ (3.5e) \\ (3.5f) \\ (3.5g) \\ (3.5h) \\ (3.5i) \end{array}$$

Ces relations sont contraignantes pour les paramètres de l'assemblage. En effet, toutes les dimensions de l'assemblage (d, e_a, t, \dots) doivent posséder le même facteur de similitude. Si pour des raisons technologiques ou physiques, les conditions (3.5) ne peuvent pas être respectées, la méthode *DA* risque d'être mise en défaut.

3.1.2 Méthode *STAGE* sur la base d'un modèle simplifié du comportement

Pour les variables d'intérêt, les relations de similitude peuvent être déterminées par la méthode *STAGE*. Pour cela, on détermine l'équation directrice reliant les variables d'intérêt aux paramètres d'entrée. Aussi on se base sur un modèle simplifié du comportement.

Cette démarche est réalisée pour les force et moment maximaux F_{ma}, M_{ma} , puis pour les raideurs $K_{ua}, K_{\theta a}$. Elle n'est pas utilisée pour les autres variables d'intérêt ($u_{ma}, \theta_{ma}, \zeta_{ha}$), pour lesquelles une mise en équation est difficilement envisageable.

Pour la force F_{ma} et le moment M_{ma} des assemblages, le modèle simplifié repose sur la théorie de l'analyse limite proposée par l'*Eurocode 5* [EC505]. L'équation directrice est d'abord basée sur le moment plastique des broches. L'expression du moment plastique est, selon la théorie des poutres, pour une section circulaire pleine :

$$M_{pl} = \int_S f_y y \, dS = \frac{1}{6} f_y d^3 \quad (3.6)$$

S est la section, y est la distance à la fibre neutre, d est le diamètre des broches et f_y est la contrainte limite de la broche.

En revanche selon l'*Eurocode 5* [EC505], le moment plastique est défini empiriquement par :

$$M_{pl} = 0,3 f_y d^{2,6} \quad (3.7)$$

avec M_{pl} en N · mm, d en mm, et f_y en MPa.

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

Les relations de similitude issues de l'équation (3.7) ne sont pas cohérentes avec celles issues de (3.6) (tableau 3.1). Cela est dû au fait que les expressions (3.7) et (3.6) ne sont pas équivalentes, ce qui peut s'expliquer de la façon suivante : la contrainte limite « réelle » $f_y^{(re)}$ est différente de celle théorique $f_y^{(th)}$. En effet, le mode de fabrication de la tige modifie les propriétés de l'acier, et cela en fonction du diamètre de tige. Une relation empirique reliant la contrainte limite au diamètre de la tige a été proposée [SG18] :

$$f_y^{(re)} = 1100d^{-0,4} \text{ (valable pour } f_y^{(th)} = 600 \text{ MPa)} \quad (3.8)$$

avec d en mm. En introduisant l'équation (3.8) dans l'équation (3.6), on obtient

$$M_{pl} = \frac{1}{6} (1100d^{-0,4}) d^3 \approx 180d^{2,6} = 0,3f_y^{(th)}d^{2,6} \text{ (pour } f_y^{(th)} = 600 \text{ MPa)} \quad (3.9)$$

soit l'équation (3.7) avec $f_y = f_y^{(th)} = 600$ MPa. Ainsi la différence entre les expressions (3.6) et (3.7) n'est due qu'à la définition de f_y : l'expression (3.7) tient compte d'une valeur théorique ($f_y^{(th)} = 600$ MPa) [SG18], tandis que l'expression (3.6) tient compte de la valeur réelle ($f_y^{(re)}$). Par la suite c'est la valeur réelle qui est considérée pour f_y . Donc l'expression retenue pour M_{pl} est celle (3.6).

Equations utilisées	Relation de similitude
$M_{pl} = \frac{1}{6}f_y d^3 \quad (3.10)$	$\lambda_{M_{pl}} = \lambda_{f_y} \lambda_d^3 \quad (3.11)$
$M_{pl} = 0,3f_y d^{2,6} \quad (3.12)$	$\lambda_{M_{pl}} = \lambda_{f_y} \lambda_d^{2,6} \quad (3.13)$

Tableau 3.1 – Comparaison des relations de similitude sur le moment plastique

Une fois établie l'expression du moment plastique M_{pl} , les efforts maximaux par broche sont donnés par l'*Eurocode 5* [EC505] (tableau 3.2), selon leur mode de déformation (voir chapitre 2). f_h est la portance locale du bois (en N/m²), dépendante de l'orientation par rapport au fil.

Ensuite selon l'*Eurocode 5*, l'effort maximal par broche est obtenu en considérant le cas le plus défavorable, soit par :

$$F_{mbr} = \min \left\{ F_{mbr}^{(1)}, F_{mbr}^{(2)}, F_{mbr}^{(3)} \right\} \quad (3.17)$$

Le mode de déformation retenu est celui correspondant à F_{mbr} . Enfin la force maximale de l'assemblage est donnée par

$$F_{ma} = n_{br} F_{mbr} \quad (3.18)$$

avec n_{br} le nombre de broches.

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

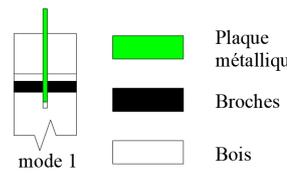
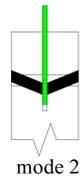
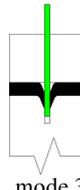
Mode de déformation	F_{mbr}
 <p>mode 1</p>	$F_{mbr}^{(1)} = 2 (f_h t d) \quad (3.14)$
 <p>mode 2</p>	$F_{mbr}^{(2)} = 2 f_h t d \left(\sqrt{2 + \frac{4 M_{pl}}{f_h d t^2}} - 1 \right) \quad (3.15)$
 <p>mode 3</p>	$F_{mbr}^{(3)} = 2 \left(2, 3 \sqrt{M_{pl} f_h d} \right) \quad (3.16)$

Tableau 3.2 – Effort maximal par broche, F_{mbr} (en N), selon le mode de déformation [EC505]

Plus précisément dans l'*Eurocode*, c'est un nombre efficace qui est considéré, afin de prendre en compte l'effet de groupe et l'influence du jeu de montage. En revanche ici, ces phénomènes ne sont pas pris en compte, c'est le nombre réel de broches n_{br} qui est considéré.

Quant au moment maximal, il est donné par

$$M_{ma} = \sum_{i=1}^{n_{br}} F_{mbr,i} r_{br,i} \quad (3.19)$$

Pour chaque broche i : $F_{mbr,i}$ est l'effort maximal, $r_{br,i}$ est la distance au centre de gravité O des broches (figure 3.2).

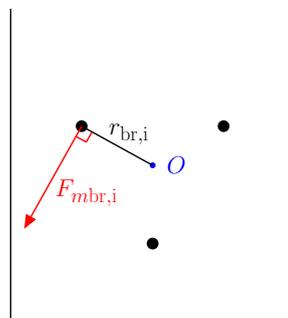


FIGURE 3.2 – Illustration du moment maximal d'un assemblage

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

En utilisant l'équation (3.6), les équations (3.14) à (3.19), puis la méthode *STAGE* (partie 1.2.2), les relations de similitude sont données dans le tableau 3.3. Pour cela on considère :

$$\begin{cases} \lambda_{fy} = \lambda_{\sigma a} & (3.20a) \\ \lambda_{fh} = \lambda_{\sigma b} & (3.20b) \\ \lambda_{r_{br}} = \lambda_a & (3.20c) \end{cases}$$

Equations utilisées	Relations de similitude obtenues
$M_{pl} = \frac{1}{6} f_y d^3$ (3.21)	$\lambda_{M_{pl}} = \lambda_{\sigma a} \lambda_d^3$ (3.22)
$F_{mbr}^{(1)} = 2 (f_h t d)$ (3.23)	$\lambda_{F_{mbr}}^{(1)} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \lambda_d$ (3.24)
$F_{mbr}^{(2)} = 2 f_h t d \left(\sqrt{2 + \frac{4M_{pl}}{f_h d t^2}} - 1 \right)$ (3.25)	$\begin{cases} \frac{\lambda_{M_{pl}}}{\lambda_{\sigma b} \lambda_d \lambda_t^2} = 1 \\ \lambda_{F_{mbr}}^{(2)} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \lambda_d \end{cases}$ (3.26)
$F_{mbr}^{(3)} = 2 \left(2, 3 \sqrt{M_{pl} f_h d} \right)$ (3.27)	$\lambda_{F_{mbr}}^{(3)} = \sqrt{\lambda_{M_{pl}} \lambda_{\sigma b} \lambda_d}$ (3.28)
$F_{mbr} = \min \left\{ F_{mbr}^{(1)}, F_{mbr}^{(2)}, F_{mbr}^{(3)} \right\}$ (3.29)	$\lambda_{F_{mbr}} = \lambda_{F_{mbr}}^{(1)} = \lambda_{F_{mbr}}^{(2)} = \lambda_{F_{mbr}}^{(3)}$ (3.30)
Mode de déformation des broches conservé avec le changement d'échelle	
$F_{ma} = n_{br} F_{mbr}$ (3.31)	$\lambda_{F_{ma}} = \lambda_{F_{mbr}}$ (3.32)
$M_{ma} = \sum_{i=1}^{n_{br}} F_{mbr,i} r_{br,i}$ (3.33)	$\lambda_{M_{ma}} = \lambda_{F_{mbr}} \lambda_a$ (3.34)

Tableau 3.3 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour les force et moment maximaux des assemblages

Finalement d'après les relations du tableau 3.3, on obtient

$$\begin{cases} \lambda_{\sigma a} = \frac{\lambda_t^2}{\lambda_d^2} \lambda_{\sigma b} & (3.35a) \\ \lambda_{F_{ma}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_d \lambda_t & (3.35b) \\ \lambda_{M_{ma}} = \lambda_a \lambda_{\sigma b} \lambda_d \lambda_t & (3.35c) \end{cases}$$

Pour les raideurs d'assemblages K_{ua} et $K_{\theta a}$, la constitution des relations de similitude par la méthode *STAGE* est détaillée en annexe B. En combinant les relations obtenues avec celles

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

(3.35), on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ea} = \lambda_d = \lambda_t \\ \lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} \\ \lambda_{Kua} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_a^2 \lambda_{\sigma b} \lambda_t \\ \lambda_{Fma} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^2 \\ \lambda_{Mma} = \lambda_a \lambda_{\sigma b} \lambda_t^2 \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.36a) \\ (3.36b) \\ (3.36c) \\ (3.36d) \\ (3.36e) \\ (3.36f) \end{array}$$

Finalement, que ce soit avec les relations (3.5) ou (3.36), un facteur λ_{ea} ou λ_d différent de λ_t n'est pas admis. Or, les contraintes techniques portent surtout sur e_a et d . On peut donc considérer que les relations (3.36) et (3.5) sont équivalentes. Finalement les relations de similitude retenues sont celles (3.5).

3.1.3 Dédution des facteurs de similitude et comparaison avec l'expérimental

Une fois les relations de similitude établies, les facteurs sur les variables d'intérêt peuvent être déduits. Pour cela, il est d'abord nécessaire de définir les facteurs des paramètres d'assemblages.

3.1.3.1 Facteurs sur les paramètres d'assemblages

Concernant les dimensions, les facteurs sont issus de la conception (parties 2.1.2 et 2.2.1.1). Nous faisons le choix de fixer le facteur $\lambda_{\sigma} = 1$ en partant de l'hypothèse que le matériau n'est pas grandement impacté par le changement d'échelle. Il s'agit là d'une hypothèse forte, du fait de l'hétérogénéité du bois et du processus de fabrication des broches (partie 3.1.2). Finalement, les facteurs des paramètres d'assemblages sont présentés au tableau 3.4. Certains facteurs ne respectent pas les conditions de similitude (3.5), du fait des distorsions. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude.

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

Facteur	entre échelles 1 et 1/2	entre échelles 1 et 1/3	entre échelles 1/2 et 1/3
Propriétés matérielles, facteurs issus d'hypothèses			
$\lambda_{\sigma b}$	1		
$\lambda_{\sigma a}$			
Dimensions, facteurs issus de la conception			
λ_d	2	3	1,5
λ_t			
λ_{ea}	1 (2)	1 (3)	1 (1,5)
λ_a	2	3	1,5
λ_{lb}			
λ_{la}	1,43 (2)	2 (3)	1,4 (1,5)
λ_{a0}	1,31 (2)	1,31 (3)	1 (1,5)
λ_{La}	1,4 (2)	1,4 (3)	1 (1,5)

Tableau 3.4 – Facteurs des paramètres d'assemblages

3.1.3.2 Facteurs sur les variables d'intérêt, comparaison avec l'expérimental

Pour les variables d'intérêt, les facteurs sont estimés analytiquement par les relations (3.5). Ils sont comparés aux facteurs expérimentaux moyens, dans le tableau 3.5. Les facteurs analytiques sont aussi comparés aux intervalles de confiance expérimentaux, sur les figures 3.3 à 3.8.

Pour la force F_{ma} , entre les échelles 1 et réduite, le facteur analytique est supérieur à la moyenne expérimentale (tableau 3.5). De plus, le facteur analytique n'est compris dans aucun intervalle de confiance expérimental (figure 3.3). On en déduit que l'écart entre l'analytique et l'expérimental ne peut s'expliquer par la variabilité expérimentale. Les causes de cet écart peuvent probablement être dues à :

- La distorsion sur l'épaisseur de plaque e_a (tableau 3.4) peut impacter le facteur $\lambda_{F_{ma}}$.
- La distorsion sur l'espacement de rive a_0 : la valeur de λ_{a0} (tableau 3.4) est inférieure à celle requise par les relations (3.5). Autrement dit à l'échelle 1, la valeur de a_0 est inférieure à celle qu'il faudrait pour vérifier (3.5). Cela peut faire augmenter l'effet de bord et donc réduire la force F_{ma} , à l'échelle 1. Il en résulterait une diminution du facteur $\lambda_{F_{ma}}$ expérimental par rapport à celui analytique, conformément aux observations (tableau 3.5).
- L'effet d'échelle matériau [FFR18, MB86, Pit10, ZRhJ16, BLL95] : il peut s'agir d'une augmentation des contraintes limites σ (bois ou acier) lors de la réduction en taille de l'éprouvette. Cela est dû à l'hétérogénéité du bois, et au processus du fabrication des broches. Ainsi à l'échelle réduite, les contraintes limites seraient plus élevées que celles à l'échelle 1, et non égales comme supposé initialement. Cela tend à augmenter la force F_{ma} , à l'échelle réduite. Il s'ensuivrait une réduction de $\lambda_{F_{ma}}$ expérimental par rapport à celui analytique, ce qui est conforme aux observations.

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

Facteur	entre échelles 1 et 1/2	entre échelles 1 et 1/3	entre échelles 1/2 et 1/3
Analytique			
λ_{Kua}^\diamond	2	3	1,50
$\lambda_{K\theta a}^\diamond$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$1,5^3 = 3,375$
λ_{Fma}^\diamond	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$1,5^2 = 2,25$
λ_{Mma}^\diamond	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$1,5^3 = 3,375$
λ_{uma}^\diamond	2	3	1,50
$\lambda_{\theta ma}^\diamond$		1	
$\lambda_{\zeta ha}^\diamond$		1	
Mode de déformation des broches conservé avec le changement d'échelle			
Moyenne expérimentale			
λ_{Kua}^*	2	4,29	2,14
$\lambda_{K\theta a}^*$	8,32	26,2	3,15
λ_{Fma}^*	3,53	7,84	2,22
λ_{Mma}^*	5,65	19,2	3,39
λ_{uma}^*	1,75	2,94	1,68
$\lambda_{\theta ma}^*$	0,616	0,702	1,14
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 128\%$)	0,635	0,792	1,25
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 192\%$)	0,659	0,613	0,93
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 382\%$)	0,691	0,759	1,1
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 705\%$)	0,605	0,685	1,13

Tableau 3.5 – Facteurs des variables d'intérêt des assemblages

Pour la force F_{ma} , entre les échelles 1/2 et 1/3, le facteur expérimental moyen est très proche du facteur analytique. Deux hypothèses sont alors émises.

- Le facteur expérimental n'est impacté ni par l'effet d'échelle matériau ni par les distorsions sur a_0, e_a .
- Ces phénomènes impactent le facteur expérimental mais de façons opposées, donc ils se compensent.

Pour le moment M_{ma} , entre les échelles 1 et réduite, le facteur analytique est supérieur à la moyenne expérimentale. De plus, le facteur analytique n'est compris dans aucun intervalle de confiance expérimental (figure 3.4). En revanche, entre les échelles 1/2 et 1/3, le facteur analytique est très proche de la moyenne expérimentale. Pour ces observations, les analyses présentées pour F_{ma} s'appliquent.

Pour la raideur K_{ua} , entre les échelles 1 et 1/2, le facteur analytique est égal à la moyenne expérimentale. En revanche, entre les échelles 1 et 1/3, le facteur analytique est inférieur à la moyenne expérimentale. De plus, le facteur analytique n'est pas compris dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figure 3.5). Donc l'écart entre l'analytique et l'expéri-

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

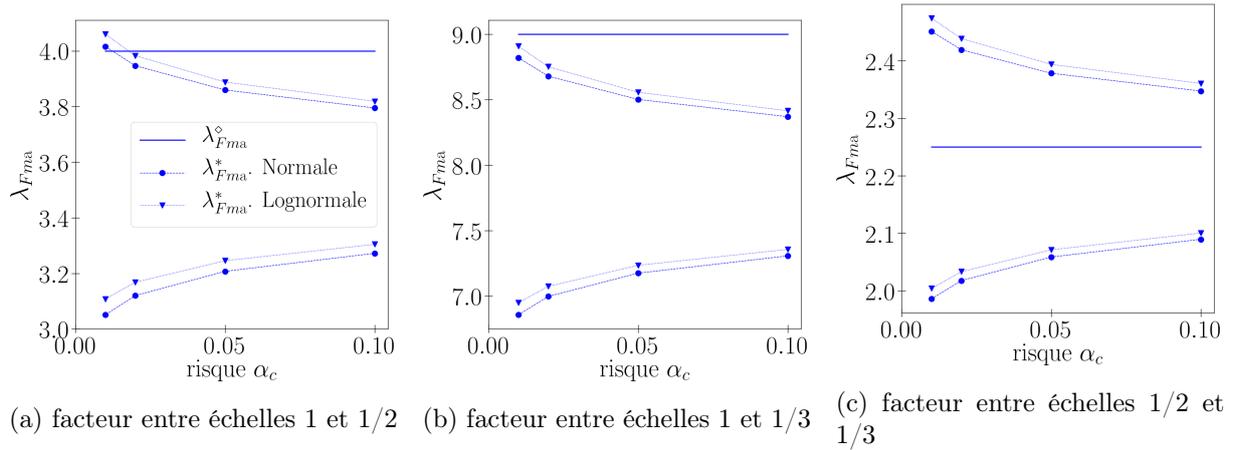


FIGURE 3.3 – Facteur λ_{Fma} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« ◊ »)

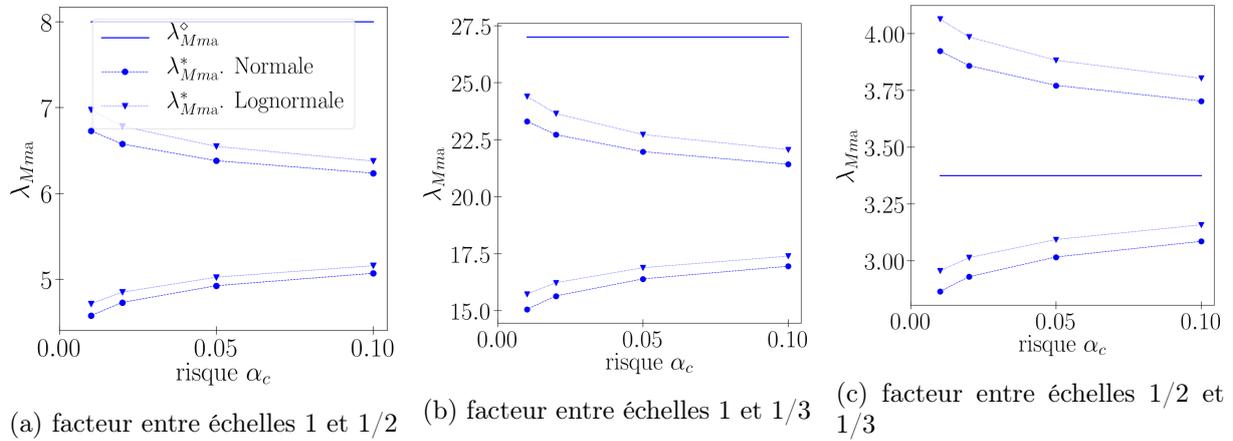


FIGURE 3.4 – Facteur λ_{Mma} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« ◊ »)

mental n'est pas dû qu'à la variabilité. Pour les causes de l'écart, les hypothèses suivantes sont émises :

- Les distorsions sur l'épaisseur de plaque e_a et l'espacement de rive a_0 peuvent impacter le facteur λ_{Kua} .
- La raideur K_{ua} expérimentale tient compte de la déformation axiale de la plaque. Ainsi dans les relations de similitude (3.5), la longueur de plaque L_a doit être prise en compte par la condition

$$\lambda_{La} = \lambda_t \quad (3.37)$$

d'après DA . Dans le tableau 3.4, la valeur de λ_{La} est plus faible que celle imposée par la condition (3.37). Cela signifie qu'à l'échelle 1/3, la valeur de L_a est supérieure à celle qu'il faudrait pour respecter (3.37). Cela peut faire augmenter la déformation de la plaque et donc réduire la raideur K_{ua} , à l'échelle 1/3. Il en résulterait une augmentation du facteur λ_{Kua} expérimental par rapport à celui analytique, conformément aux observations (tableau

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

3.5).

- La distorsion sur la largeur de plaque l_a : la valeur de λ_{l_a} est inférieure à celle requise par les relations (3.5). Autrement dit à l'échelle 1/3, la valeur de l_a est plus élevée que celle qu'il faudrait pour vérifier (3.5). Cela peut réduire la déformation de la plaque et donc faire augmenter K_{ua} , à l'échelle 1/3. Il s'ensuivrait une diminution de $\lambda_{K_{ua}}$ expérimental par rapport à celui analytique, ce qui contredit néanmoins les observations.

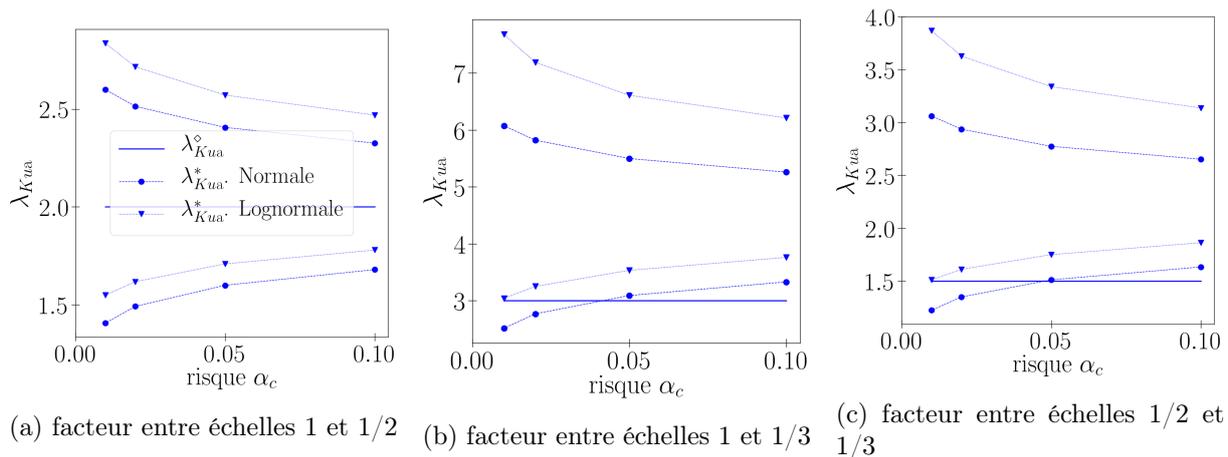


FIGURE 3.5 – Facteur $\lambda_{K_{ua}}$, intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)

Pour la raideur K_{θ_a} , entre les échelles 1 et réduite, le facteur analytique est proche de la moyenne expérimentale. Cela signifie que les phénomènes évoqués pour K_{ua} impactent peu K_{θ_a} .

Pour le déplacement u_{ma} et la rotation θ_{ma} , le facteur analytique est compris pour une large part dans les intervalles de confiance expérimentaux (figures 3.6 et 3.7). Donc on ne peut pas exclure que l'écart entre l'analytique et l'expérimental soit dû à la variabilité expérimentale. Notons que u_{ma} et θ_{ma} sont peu impactés par la déformation de la plaque, donc par ses dimensions L_a, l_a . En effet, u_{ma} et θ_{ma} sont les déformations de l'assemblage plastifié, donc prédominent largement sur celle élastique de la plaque.

Pour l'amortissement ζ_{ha} , le facteur analytique est compris pour une large part dans les intervalles de confiance expérimentaux (figure 3.8). Donc l'écart entre l'analytique et l'expérimental peut être dû à la variabilité. Néanmoins entre les échelles 1 et réduite, le facteur expérimental moyen est inférieur au facteur analytique. Autrement dit, l'amortissement moyen est plus faible à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites. Cela s'explique en partie par le fait qu'à l'échelle 1, certains essais présentent le mode 1 de déformation (partie 2.2.2.3), ce qui n'est pas le cas aux échelles réduites. Cette non conservation du mode de déformation, par changement d'échelle, contredit la théorie (tableau 3.5). Pour les causes de ce phénomène, les hypothèses suivantes sont émises.

- La distorsion sur l'épaisseur de plaque e_a peut impacter le mode de déformation.

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

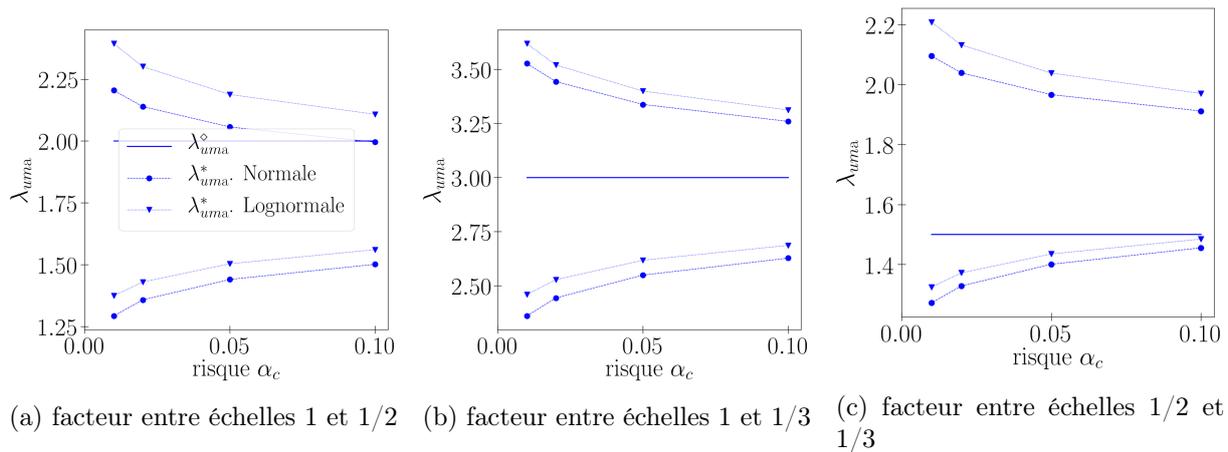


FIGURE 3.6 – Facteur λ_{uma} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)

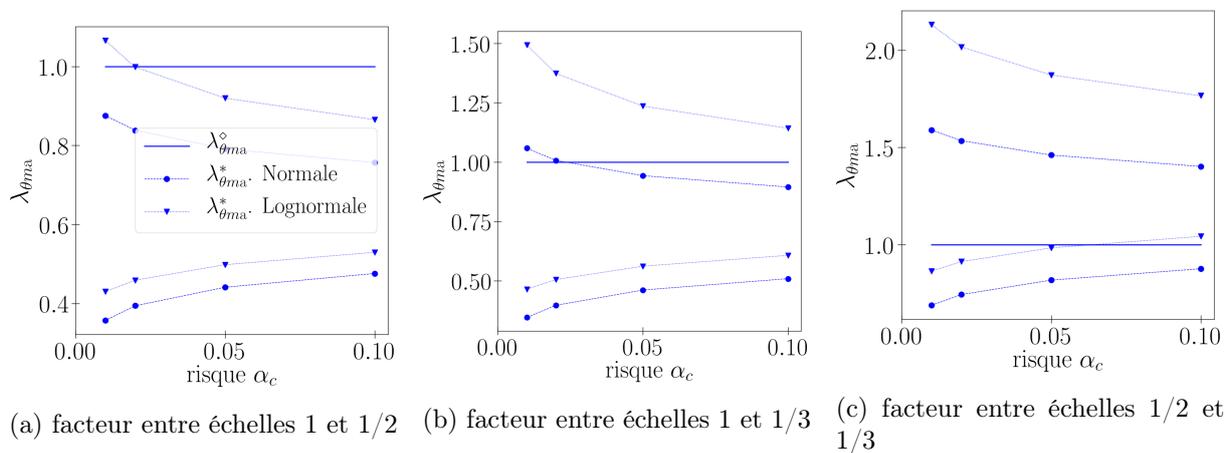


FIGURE 3.7 – Facteur $\lambda_{\theta ma}$, intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)

- L'effet de bord : celui-ci est plus important à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites, du fait de la distorsion sur a_0 . Cela peut faire augmenter à l'échelle 1 la fréquence d'apparition du mode 1 (enfoncement dans le bois), conformément aux observations.
- L'effet d'échelle sur l'acier des broches [SG18] : les contraintes limites de l'acier peuvent être plus faibles à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites. Cela peut faire augmenter à l'échelle 1 la fréquence d'apparition du mode 2 (plastification de l'acier), contrairement aux observations.
- L'effet d'échelle sur le bois : les contraintes limites à l'enfoncement du bois peuvent être plus faibles à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites. Cela peut faire augmenter à l'échelle 1 la fréquence d'apparition du mode 1, ce qui est conforme aux observations.

En conclusion, pour certaines variables d'intérêt, des différences ont été constatées entre les facteurs analytiques et expérimentaux. Les phénomènes à l'origine de ces écarts sont listés au tableau 3.6, pour chaque variable d'intérêt.

- « 1/2 \rightarrow 1 » signifie « entre les échelles 1 et 1/2 »,

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

- « $1/3 \rightarrow 1$ » signifie « entre les échelles 1 et $1/3$ »,
- « $1/3 \rightarrow 1/2$ » signifie « entre les échelles $1/2$ et $1/3$ ».

Facteur	Observations	Phénomènes pouvant expliquer l'écart					
		Distorsions				Effet d'échelle matériau	Variabilité expérimentale
		e_a	l_a	L_a	a_0		
$\lambda_{Fma}, \lambda_{Mma}$ ($1/2 \rightarrow 1, 1/3 \rightarrow 1$)	$\lambda^* < \lambda^\diamond$	oui	non	non	oui	oui	non
$\lambda_{Fma}, \lambda_{Mma}$ ($1/3 \rightarrow 1/2$)	$\lambda^* \approx \lambda^\diamond$						
λ_{Kua} ($1/2 \rightarrow 1$)							
λ_{Kua} ($1/3 \rightarrow 1$)	$\lambda^* > \lambda^\diamond$	oui	non	oui	oui	oui	non
$\lambda_{K\theta a}$ ($1/2 \rightarrow 1, 1/3 \rightarrow 1$)	$\lambda^* \approx \lambda^\diamond$						
λ_{uma} ($1/3 \rightarrow 1$)							
λ_{uma} ($1/2 \rightarrow 1$)							
$\lambda_{\theta ma}$ ($1/2 \rightarrow 1, 1/3 \rightarrow 1$)	$\lambda^* < \lambda^\diamond$	oui	non	non	oui	oui	oui
$\lambda_{\zeta ha}$ ($1/2 \rightarrow 1, 1/3 \rightarrow 1$)							

Tableau 3.6 – Phénomènes pouvant expliquer l'écart entre l'analytique (« \diamond ») et l'expérimental (« * »)

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

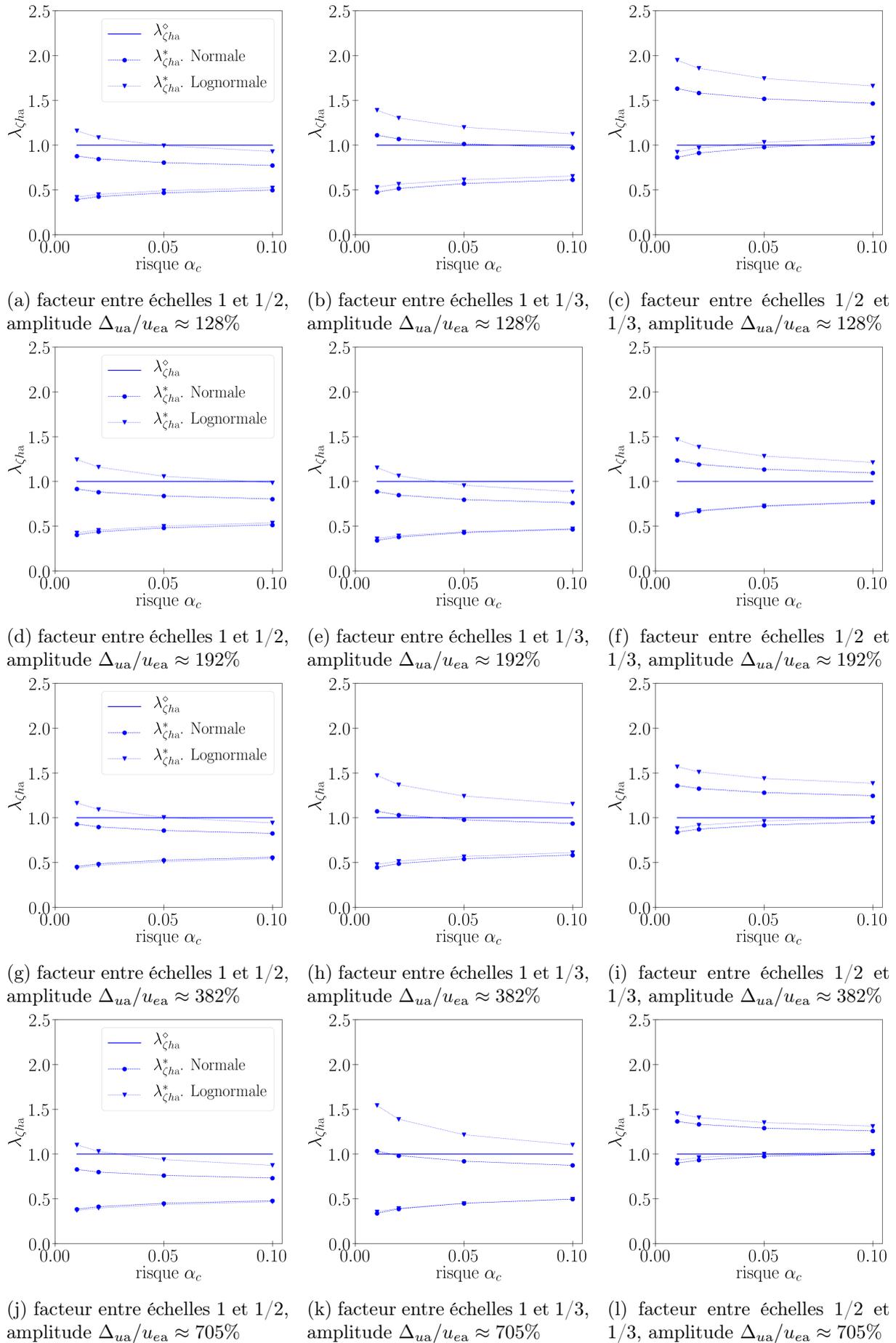


FIGURE 3.8 – Facteur $\lambda_{\zeta_{ha}}$, intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique (« \diamond »)

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

3.1.4 Détermination des facteurs de similitude sur la relation force - déplacement

A présent, on souhaite déterminer un facteur de similitude sur la force, qui devrait être valable pour l'ensemble de la courbe force (F_a) - déplacement (u_a) monotone. Pour cela, on considère que la courbe est liée principalement aux caractéristiques K_{ua}, F_{ma}, u_{ma} . Ainsi d'après la méthode DA, si les deux égalités de l'équation (3.38) sont vérifiées et identiques :

$$\begin{cases} \lambda_{ua} = \lambda_{Fma}^* / \lambda_{Kua}^* & (3.38a) \\ \lambda_{ua} = \lambda_{uma}^* & (3.38b) \end{cases}$$

alors le facteur λ_{Fa} peut être obtenu de deux façons.

$$\begin{cases} \lambda_{Fa}^\diamond = \lambda_{Fma}^* & (3.39a) \\ \lambda_{Fa}^\diamond = \lambda_{Kua}^* \lambda_{uma}^* & (3.39b) \end{cases}$$

La même approche est adoptée pour la courbe moment (M_a) - rotation (θ_a) :

$$\begin{cases} \lambda_{\theta a} = \lambda_{Mma}^* / \lambda_{K\theta a}^* & (3.40a) \\ \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta ma}^* & (3.40b) \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{cases} \lambda_{Ma}^\diamond = \lambda_{Mma}^* & (3.41a) \\ \lambda_{Ma}^\diamond = \lambda_{K\theta a}^* \lambda_{\theta ma}^* & (3.41b) \end{cases}$$

Les facteurs λ_{Fa} et λ_{Ma} peuvent être obtenus selon différentes approches (figure 3.9) :

- Dans l'approche analytique, des valeurs $\lambda_{Fa}^\diamond, \lambda_{Ma}^\diamond$ sont estimées par les relations (3.39) et (3.41) ((a) puis (b)). Du fait que dans ces relations les données d'entrée ($K_{ua}^*, F_{ma}^*, u_{ma}^*, K_{\theta a}^*, M_{ma}^*, \theta_{ma}^*$) sont expérimentales, on parlera d'approche analytique hybride.
- Dans l'approche expérimentale, des valeurs λ_{Fa}^* sont obtenues à partir des courbes expérimentales force - déplacement (partie 2.2.2.1). En fixant le facteur λ_{ua} selon la relation (3.38) ((a) puis (b)), une valeur λ_{Fa}^* est obtenue pour chaque déplacement de l'échelle 1 ($u_a^{(F)}$). De façon similaire, des valeurs λ_{Ma}^* expérimentales sont calculées à partir des courbes moment - rotation (annexe 2.2.2.2), en fixant $\lambda_{\theta a}$ par la relation (3.40) ((a) ou (b)).

Pour le facteur λ_{Fa} , les valeurs issues des différentes approches sont données sur la figure 3.10. Les valeurs expérimentales diffèrent de celles analytiques hybrides, ce qui est dû à la non linéarité des courbes force - déplacement. Néanmoins, en retenant les relations $\lambda_{ua} = \lambda_{Fma}^* / \lambda_{Kua}^*$ et $\lambda_{Fa}^\diamond = \lambda_{Fma}^*$, l'écart reste faible. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par $\lambda_{ua} = \lambda_{Fma}^* / \lambda_{Kua}^*$ et $\lambda_{Fa}^\diamond = \lambda_{Fma}^*$, alors la courbe « projetée » résultante est proche de celle à l'échelle 1 (figure 3.11). L'écart est faible car les courbes force déplacement

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

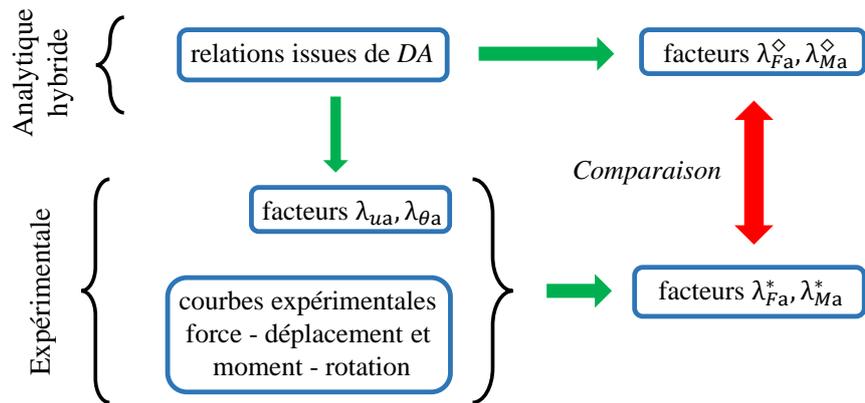


FIGURE 3.9 – Facteurs $\lambda_{Fa}, \lambda_{Ma}$, principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride

sont liées principalement à F_{ma} et K_{ua} . Enfin le facteur expérimental λ_{Fa}^* est variable, du fait de la non linéarité des courbes force déplacement. Il est préférable de retenir un facteur approché mais constant, λ_{Fa}^{\diamond} , compte tenu de l'incertitude sur les courbes force - déplacement, et pour constituer les facteurs de similitude sur la structure (partie 3.2).

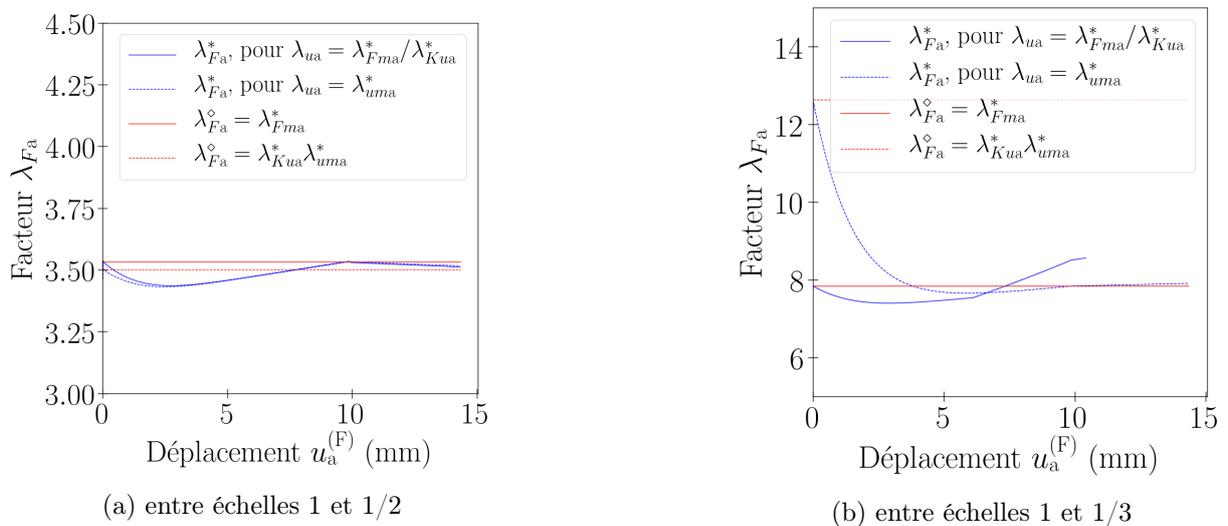


FIGURE 3.10 – Facteur λ_{Fa} , expérimental et analytique hybride

Le facteur λ_{Ma} est montré sur la figure 3.12. Les observations et analyses précédentes s'appliquent : la différence entre l'analytique hybride et l'expérimental est faible, si on retient les relations $\lambda_{\theta a} = \lambda_{Mma}^*/\lambda_{K\theta a}^*$ et $\lambda_{Ma}^{\diamond} = \lambda_{Mma}^*$. Ainsi, si à l'échelle réduite on multiplie la rotation et le moment par $\lambda_{\theta a} = \lambda_{Mma}^*/\lambda_{K\theta a}^*$ et $\lambda_{Ma}^{\diamond} = \lambda_{Mma}^*$, alors la courbe projetée avoisine celle à l'échelle 1 (figure 3.13).

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR DES ASSEMBLAGES BOIS

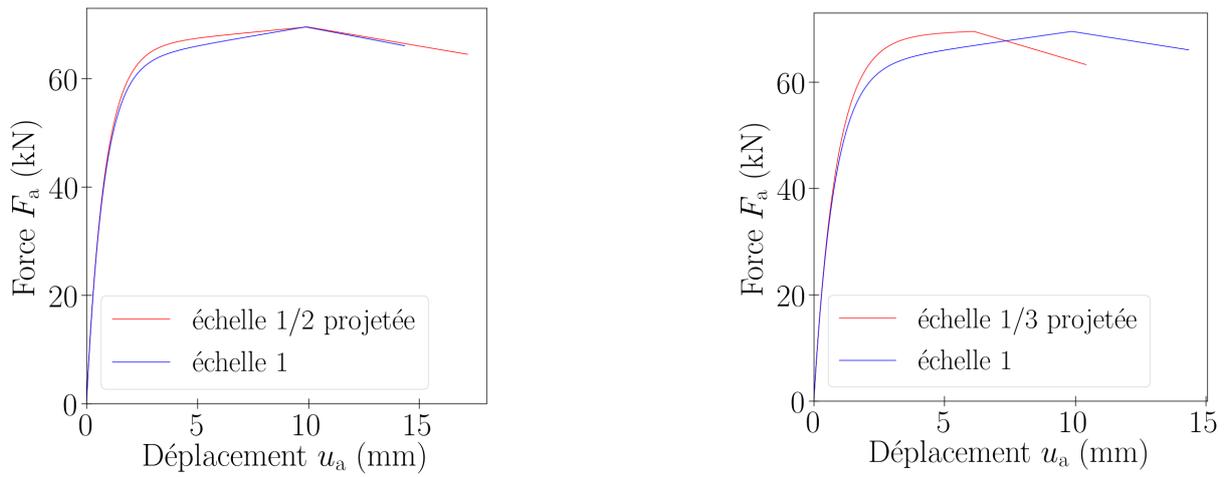


FIGURE 3.11 – Courbes force déplacement des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1

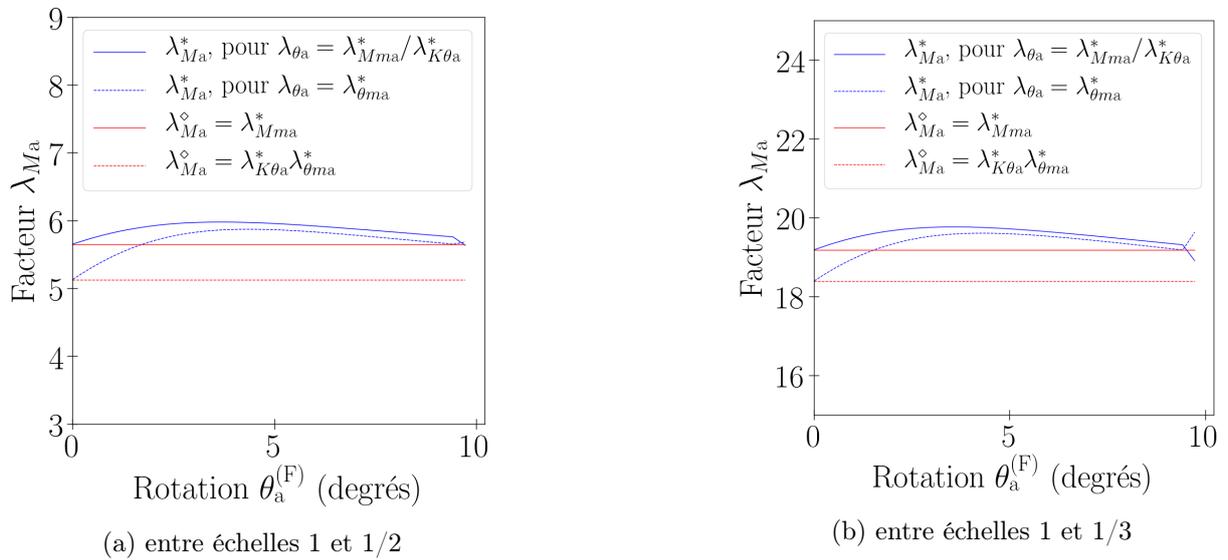


FIGURE 3.12 – Facteur λ_{Ma} , expérimental et analytique hybride

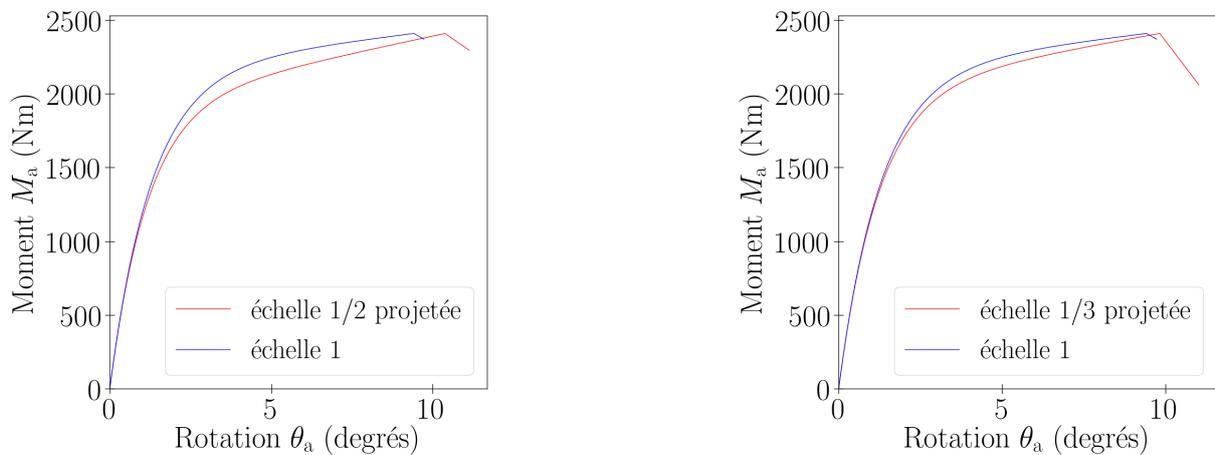


FIGURE 3.13 – Courbes moment rotation des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

3.1.5 Conclusion

Tout d'abord, des relations de similitude ont été établies pour les assemblages. Une première approche a été utilisée : la méthode *DA*, sans hypothèse simplificatrice sur le comportement. Une seconde approche a aussi été employée : la méthode *STAGE*, sur la base d'un modèle simplifié du comportement. Dans le cas des assemblages, les deux approches aboutissent à des relations de similitude équivalentes.

A partir des relations de similitude, des facteurs analytiques ont été obtenus pour les variables d'intérêt. Pour la plupart des variables d'intérêt, des différences ont été constatées entre les facteurs analytiques et expérimentaux. Ces différences sont dues à la variabilité expérimentale pour une part. Mais il a été montré que la variabilité ne pouvait expliquer à elle seule les différences observées. Pour les force et moment maximaux, les différences sont dues également aux distorsions de similarité (géométriques) et à l'effet d'échelle matériau. Pour les raideurs, les écarts sont dus aux distorsions géométriques. Pour l'amortissement hystérétique, les écarts sont en partie dus à la non conservation du mode déformation par changement d'échelle, pour certains essais.

Enfin, des facteurs de similitude ont été estimés pour la relation force - déplacement de l'assemblage. Du fait que dans les expressions utilisées les données d'entrée sont expérimentales, on parle d'approche analytique hybride. Les facteurs analytiques hybrides sont proches de ceux obtenus expérimentalement.

3.2 Facteurs de similitude sur le comportement monotone et cyclique de la structure

On détermine les facteurs sur le comportement monotone cette fois-ci sur la structure, à partir des méthodes analytiques (partie 1.2). Plus particulièrement, ces facteurs sont relatifs à l'évolution de la force F_s avec le déplacement u_s en haut de la structure (figure 3.14). Pour cela, un modèle plan 2D de la structure est considéré. Ce modèle est constitué de poutres d'*Euler Bernoulli* et d'éléments de taille nulle représentant les assemblages.

Les facteurs sont établis dans le domaine élastique linéaire dans un premier temps. Les méthodes analytiques imposent des exigences sur les paramètres de la structure. Deux approches sont alors utilisées et comparées, par rapport à ces exigences. Ensuite, la non-linéarité de comportement des assemblages bois est intégrée aux facteurs de similitude. Enfin, les facteurs sont déterminés pour la force maximale, le déplacement associé, et l'amortissement hystérétique. Pour l'ensemble des facteurs établis, une comparaison avec l'expérimental est effectuée. Cela permet d'évaluer les limites de chacune des approches utilisées.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

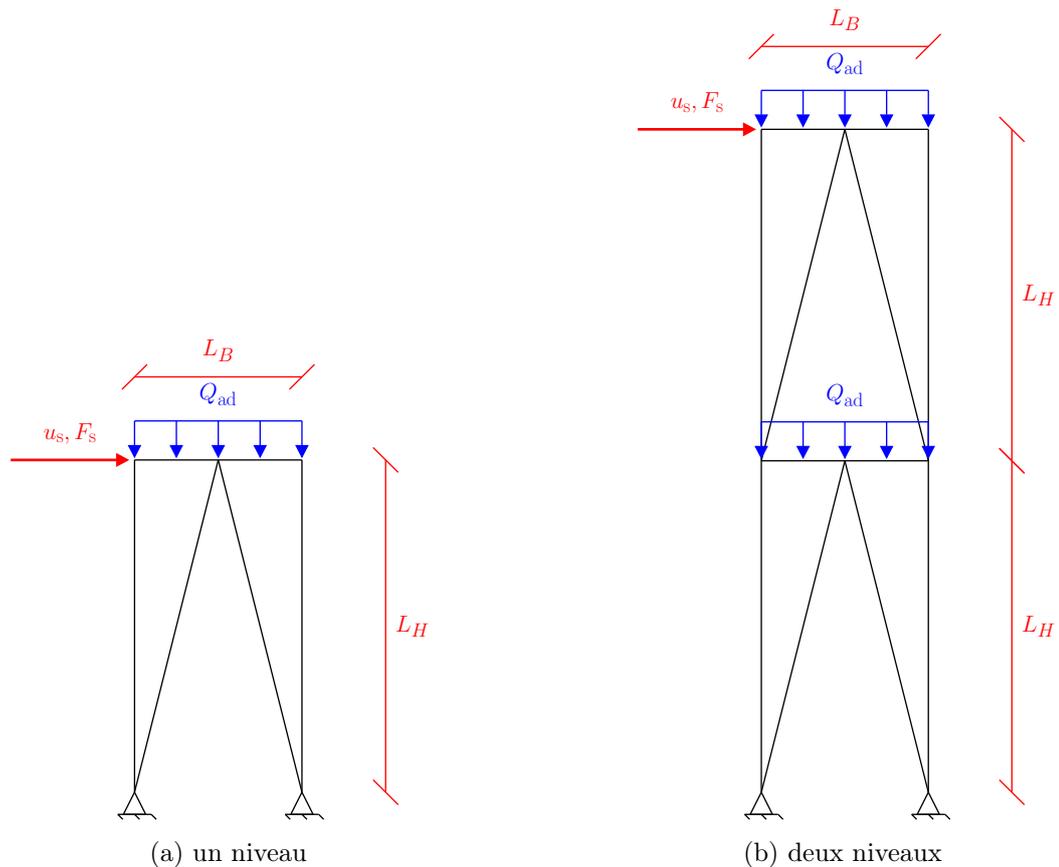


FIGURE 3.14 – Structure étudiée, position de la force F_s et du déplacement u_s

3.2.1 Domaine élastique linéaire

Les relations de similitude sont constituées par deux méthodes différentes : *DA* et *STAGE*. Les relations issues des deux méthodes sont comparées entre elles. Dans ces deux méthodes, on considère que la structure est plane et constituée de poutres d'*Euler Bernoulli*. Cela revient à supposer que les poteaux, poutres et diagonales ont un élancement important et que les déformations de cisaillement sont faibles. On considère que les assemblages sont des éléments de taille nulle.

3.2.1.1 Constitution de relations de similitude avec la méthode DA

Pour un déplacement imposé u_s (figure 3.14), les variables d'intérêt sont : la force F_s , la raideur $K_s = F_s/u_s$, le déplacement u et la force F en tout point de la structure. Les paramètres dont dépendent ces variables d'intérêt sont :

- les longueurs d'éléments, L (m),
- l'aire des sections d'éléments, S (m²),
- l'inertie des sections d'éléments, I (m⁴),
- les modules d'Young, E (N/m²),
- les raideurs d'assemblages en translation, K_{ua} (N/m),

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

- les raideurs d'assemblages en rotation, $K_{\theta a}$ (Nm),
- le poids propre (bois, acier) et la charge additionnelle, Q (N),
- le déplacement imposé en haut de la structure, u_s (m).

En utilisant DA , les relations de similitude sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_S = \lambda_L^2 \\ \lambda_I = \lambda_L^4 \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_E \lambda_L \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_L^3 \\ \lambda_Q = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_u = \lambda_L \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_{us} = \lambda_L \\ \lambda_{Fs} = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_{Ks} = \lambda_E \lambda_L \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.42a) \\ (3.42b) \\ (3.42c) \\ (3.42d) \\ (3.42e) \\ (3.42f) \\ (3.42g) \\ (3.42h) \\ (3.42i) \\ (3.42j) \end{array}$$

où les *Repeating Variables* choisies sont L, E . Ensuite on note $S = el$ et $I = el^3/12$, avec e et l respectivement l'épaisseur et la largeur des sections. On a alors $\lambda_S = \lambda_e \lambda_l$ et $\lambda_I = \lambda_e \lambda_l^3$, donnant ainsi une autre forme des relations de similitude :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_e = \lambda_L \\ \lambda_l = \lambda_L \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_E \lambda_L \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_L^3 \\ \lambda_{us} = \lambda_u \\ \lambda_{Fs} = \lambda_F \\ \lambda_u = \lambda_L \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_Q = \lambda_F \\ \lambda_{Ks} = \lambda_{K_{ua}} \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.43a) \\ (3.43b) \\ (3.43c) \\ (3.43d) \\ (3.43e) \\ (3.43f) \\ (3.43g) \\ (3.43h) \\ (3.43i) \\ (3.43j) \end{array}$$

Ces relations de similitude sont restrictives pour les paramètres de la structure. Toutes les dimensions de la structure doivent posséder le même facteur de similitude λ_L .

3.2.1.2 Recherche de relations de similitude à partir de la méthode STAGE

Pour utiliser la méthode *STAGE*, il faut déterminer l'équation directrice, reliant les variables d'intérêt (déplacements, efforts) aux paramètres d'entrée. Un repère local est utilisé pour chaque composant de la structure (poutre, poteau, diagonale, assemblage) : x est l'axe longitudinal, y est l'axe transversal (dans le plan). Dans les sections des poteaux, poutres, et diagonales, les

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

équations d'équilibre sont

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.44a) \\ \frac{\partial F_{py}}{\partial x} + q_y = 0 & (3.44b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + q_x = 0 & (3.44c) \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.45a) \\ \frac{\partial^2 M_p}{\partial x^2} - q_y = 0 & (3.45b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + q_x = 0 & (3.45c) \end{cases}$$

avec F_{px}, F_{py} les forces internes, M_p le moment interne, et q_x, q_y les charges linéiques dues au poids propre. Le moment et la force sont définis par

$$\begin{cases} M_p = EI \frac{\partial \theta_p}{\partial x} = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} & (3.46a) \\ F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} & (3.46b) \end{cases}$$

u_{px}, u_{py} sont les déplacements et $\theta_p = \partial u_{py} / \partial x$ est la rotation. En insérant (3.46) dans (3.45), on a

$$\begin{cases} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} & (3.47a) \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - q_y = 0 & (3.47b) \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + q_x = 0 & (3.47c) \end{cases}$$

Dans les éléments de taille nulle représentant les assemblages, on fait l'hypothèse que les lois de comportement axiale, transversale et rotationnelle sont indépendantes (partie 2.1.3). Les lois de comportement sont alors

$$\begin{cases} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} & (3.48a) \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} & (3.48b) \\ M_a = K_{\theta_a} \theta_a & (3.48c) \end{cases}$$

u_{ax}, u_{ay} et θ_a sont les déplacements et la rotation relatifs entre les nœuds de l'assemblage, F_{ax}, F_{ay} et M_a sont les forces et le moment dans l'assemblage, K_{uax}, K_{uay} et K_{θ_a} sont les raideurs en translation et la raideur en rotation de l'assemblage. Enfin, la raideur élastique de la structure est donnée par

$$K_s = \frac{F_s}{u_s} \quad (3.49)$$

avec u_s et F_s le déplacement et la force en haut de la structure.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

En utilisant les équations (3.46) à (3.49) puis la méthode *STAGE*, les relations de similitude sont données dans le tableau 3.7. Pour cela on considère :

$$\begin{cases} \lambda_x = \lambda_L & (3.50a) \\ \lambda_{K_{uax}} = \lambda_{K_{uay}} = \lambda_{K_{ua}} & (3.50b) \\ \lambda_S = \lambda_e \lambda_l & (3.50c) \\ \lambda_I = \lambda_e \lambda_l^3 & (3.50d) \\ \lambda_{qx} = \lambda_{qy} = \lambda_Q / \lambda_L & (3.50e) \end{cases}$$

Equation utilisée	Relation de similitude obtenue
$\begin{cases} F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} \\ M_p = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} \end{cases} \quad (3.51)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{px}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_l \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L} \\ \lambda_{M_p} = \lambda_E \lambda_e \lambda_l^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^2} \end{cases} \quad (3.52)$
$\begin{cases} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - q_y = 0 \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + q_x = 0 \end{cases} \quad (3.53)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{py}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_l^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^3} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_l^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^4} = \frac{\lambda_Q}{\lambda_L} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_l \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L^2} = \frac{\lambda_Q}{\lambda_L} \end{cases} \quad (3.54)$
$\begin{cases} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} \\ M_a = K_{\theta a} \theta_a \end{cases} \quad (3.55)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ax}} \\ \lambda_{F_{ay}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{M_a} = \lambda_{K_{\theta a}} \lambda_{\theta a} \end{cases} \quad (3.56)$
Continuité des déplacements	$\begin{cases} \lambda_{ua} = \lambda_{u_{ax}} = \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{up} = \lambda_{u_{px}} = \lambda_{u_{py}} \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} = \lambda_{us} \end{cases} \quad (3.57)$
Continuité des rotations	$\lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L} \quad (3.58)$
Continuité des efforts	$\begin{cases} \lambda_{F_a} = \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{F_{ay}} \\ \lambda_{F_p} = \lambda_{F_{px}} = \lambda_{F_{py}} \\ \lambda_F = \lambda_{F_a} = \lambda_{F_p} = \lambda_{F_s} \end{cases} \quad (3.59)$
Continuité des moments	$\lambda_M = \lambda_{M_a} = \lambda_{M_p} \quad (3.60)$
Conditions aux limites	-
$K_s = \frac{F_s}{u_s} \quad (3.61)$	$\lambda_{K_s} = \frac{\lambda_{F_s}}{\lambda_{u_s}} \quad (3.62)$

Tableau 3.7 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour le comportement élastique de la structure

Finalement d'après les relations du tableau 3.7, on obtient

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.63a) \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.63b) \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.63c) \\ \lambda_F = \lambda_{F_a} = \lambda_{F_p} = \lambda_{F_s} \quad (3.63d) \\ \lambda_u = \lambda_{u_a} = \lambda_{u_p} = \lambda_{u_s} \quad (3.63e) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta_a} = \lambda_{\theta_p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.63f) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.63g) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.63h) \\ \lambda_{K_s} = \lambda_{K_{ua}} \quad (3.63i) \end{array} \right.$$

Les relations (3.63) issues de *STAGE* sont moins restrictives que celles (3.43) issues de *DA*. En effet avec les relations (3.43), $\lambda_e = \lambda_L$ est imposé. Or cette condition n'apparaît pas dans les relations (3.63). Par conséquent les relations de similitude (3.63) sont celles retenues pour la suite. Enfin dans les relations (3.63), les facteurs λ_E et λ_e n'interviennent qu'à travers leur produit ($\lambda_E \lambda_e$), dans trois des neuf égalités. Ainsi il est permis que les facteurs λ_E et λ_e varient selon l'élément de la structure, à condition que leur produit ($\lambda_E \lambda_e$) reste le même.

3.2.2 Prise en compte du comportement non linéaire des assemblages bois

La non-linéarité de comportement des assemblages est maintenant prise en compte. Les assemblages sont sollicités principalement en translation. Ainsi, on considère que leur comportement reste linéaire pour la rotation, mais devient non linéaire pour la translation. Dans ce cas, les relations de similitude (3.63) ne sont plus applicables directement et doivent être adaptées. En effet dans les relations (3.63), ce n'est plus la raideur initiale K_{ua} à considérer mais la raideur sécante (figure 3.15) :

$$\hat{K}_{ua} = F_a / u_a \quad (3.64)$$

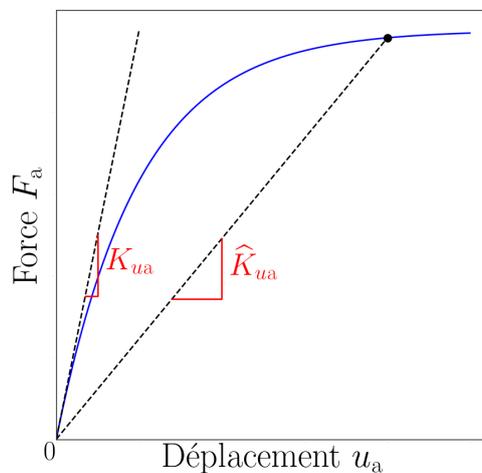


FIGURE 3.15 – Raideur sécante

Donc les relations (3.63) deviennent :

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.65a) \\ \lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.65b) \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.65c) \\ \lambda_F = \lambda_{Fa} = \lambda_{Fp} = \lambda_{Fs} \quad (3.65d) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} = \lambda_{us} \quad (3.65e) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.65f) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.65g) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.65h) \\ \lambda_{Ks} = \lambda_{Kua} \quad (3.65i) \end{array} \right.$$

A présent, il s'agit de déterminer dans quel cas la condition (3.65b) est vérifiée. En monotone, la raideur sécante \widehat{K}_{ua} dépend du déplacement u_a dans les assemblages. Il en est donc de même pour son facteur de similitude $\lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \widehat{K}_{ua}^{(F)} / \widehat{K}_{ua}^{(R)}$, avec : $\widehat{K}_{ua}^{(F)}$ la raideur sécante à l'échelle 1 pour un déplacement $u_a^{(F)}$, $\widehat{K}_{ua}^{(R)}$ la raideur à l'échelle réduite pour un déplacement $u_a^{(R)}$. En notant finalement $u_a^{(R)} = u_a^{(F)} / \lambda_{ua}$, le facteur $\lambda_{\widehat{K}_{ua}}$ dépend de λ_{ua} et de $u_a^{(R)}$. Ainsi, pour un déplacement $u_a^{(R)}$ donné, le facteur λ_{ua} est imposé de sorte que $\lambda_{\widehat{K}_{ua}}$ vérifie la condition (3.65b).

Les relations (3.65) sont vérifiées en annexe D.3 par un modèle numérique. Néanmoins, pour les utiliser il est nécessaire de connaître la loi de comportement des assemblages aux échelles 1 et réduite. De plus le facteur λ_{ua} imposé n'est pas *constant* : c'est-à-dire qu'il dépend de $u_a^{(R)}$, et donc de la sollicitation horizontale sur la structure, ce qui amène aux conséquences suivantes.

- D'après les relations (3.65e), (3.65g), et (3.65h), le facteur λ_Q n'est pas constant. Or il est difficile de faire varier expérimentalement la charge verticale Q avec la sollicitation horizontale.
- Si les assemblages n'ont pas le même déplacement $u_a^{(R)}$, alors le facteur λ_{ua} imposé diffère selon l'assemblage considéré.

Compte tenu de ces limites, un facteur λ_{ua} constant est souhaitable. Ce choix est aussi pertinent compte tenu de l'incertitude sur les lois de comportement d'assemblages, et pour constituer les lois de similitude en dynamique (partie 3.3). D'après la partie 3.1.4, pour un facteur λ_{ua} constant donné par

$$\lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.66)$$

le facteur $\lambda_{\widehat{K}_{ua}}$ peut être estimé par la constante

$$\lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \frac{\lambda_{Fa}}{\lambda_{ua}} = \lambda_{Kua} \quad (3.67)$$

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

Ainsi, les relations (3.65) peuvent être complétées de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.68a) \\ \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.68b) \\ \lambda_{\hat{K}ua} = \lambda_{Kua} \quad (3.68c) \\ \lambda_{\hat{K}ua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.68d) \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.68e) \\ \lambda_F = \lambda_{Fa} = \lambda_{Fp} = \lambda_{Fs} \quad (3.68f) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} = \lambda_{us} \quad (3.68g) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.68h) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.68i) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.68j) \end{array} \right.$$

Si les assemblages sont sollicités dans le domaine non linéaire en rotation, alors en procédant de façon similaire, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.69a) \\ \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.69b) \\ \lambda_{\hat{K}ua} = \lambda_{Kua} \quad (3.69c) \\ \lambda_{\hat{K}ua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.69d) \\ \lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \quad (3.69e) \\ \lambda_{\hat{K}\theta a} = \lambda_{K\theta a} \quad (3.69f) \\ \lambda_{\hat{K}\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.69g) \\ \lambda_F = \lambda_{Fa} = \lambda_{Fp} = \lambda_{Fs} \quad (3.69h) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} = \lambda_{us} \quad (3.69i) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.69j) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.69k) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.69l) \end{array} \right.$$

L'équation (3.69) peut s'écrire aussi :

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.70a) \\ \lambda_{Kua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.70b) \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.70c) \\ \lambda_{Mma} = \lambda_{Fma} \lambda_L \quad (3.70d) \\ \lambda_Q = \lambda_{Fma} \quad (3.70e) \\ \lambda_{us} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.70f) \\ \lambda_{Fs} = \lambda_{Fma} \quad (3.70g) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{us} = \lambda_{up} \quad (3.70h) \\ \lambda_F = \lambda_{Fa} = \lambda_{Fs} = \lambda_{Fp} \quad (3.70i) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.70j) \end{array} \right.$$

Les relations (3.70)

3.2.3 Force maximale et déplacement associé

Il s'agit d'établir le facteur de similitude sur la force maximale F_{ms} de la structure. Pour cela, on considère que lorsque la force F_{ms} est atteinte, les efforts dans les diagonales prédominent sur ceux dans les poteaux. On peut donc considérer que la force globale F_{ms} résulte essentiellement des forces dans les assemblages des diagonales : F_{ma} . Par conséquent, on admet la relation

$$\lambda_{Fms} = \lambda_{Fma} \quad (3.71)$$

Aussi on détermine le facteur sur le déplacement u_{ms} de la structure. Pour cela, on considère que lorsque le déplacement u_{ms} est atteint, la déformation des assemblages prédomine sur celle élastique des autres composants de la structure. Ainsi le déplacement global u_{ms} résulte principalement de la déformation dans les assemblages : u_{ma} . Par conséquent, on admet la relation

$$\lambda_{ums} = \lambda_{uma} \quad (3.72)$$

Finalement avec les relations (3.71) et (3.72), on peut connaître les facteurs de similitude sur la force F_{ms} et le déplacement u_{ms} de la structure.

3.2.4 Amortissement hystérétique

Il s'agit d'établir le facteur de similitude sur l'amortissement hystérétique ζ_{hs} de la structure. Dans les assemblages, on a considéré une dissipation en translation. Pour rappel l'amortissement hystérétique est défini par l'équation (partie 2.2.2.3, [NE02])

$$\zeta_{hs} = \frac{1}{2\pi} \frac{E_{hs}}{E_{ps}} \quad (3.73)$$

avec E_{hs} l'énergie dissipée par cycle et E_{ps} la somme des énergies potentielles maximales. Celle-ci est donnée par

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$E_{ps} = \Delta_{Fs} \Delta_{us} \quad (3.74)$$

Δ_{Fs} et Δ_{us} sont les amplitudes (valeurs crêtes) en force et en déplacement du cycle, en considérant un comportement symétrique. Concernant l'énergie dissipée, elle est localisée uniquement dans les assemblages, si on considère que les autres éléments de la structure restent élastiques. Ainsi l'énergie E_{hs} est la somme des énergies dissipées dans les assemblages, soit

$$E_{hs} = \sum_{\text{Assemblages}} E_{ha} \quad (3.75)$$

Enfin l'énergie dissipée dans un assemblage peut être estimée par

$$E_{ha} = 2\pi E_{pa} \zeta_{ha} \quad (3.76)$$

avec ζ_{ha} l'amortissement hystérétique et E_{pa} la somme des énergies potentielles maximales. Celle-ci est donnée par

$$E_{pa} = \Delta_{Fa} \Delta_{ua} \quad (3.77)$$

à condition que le comportement soit symétrique. Les relations de similitude sont établies à partir des équations précédentes, et données dans le tableau 3.8.

Equation utilisée	Relation de similitude obtenue
$\zeta_{hs} = \frac{1}{2\pi} \frac{E_{hs}}{E_{ps}} \quad (3.78)$	$\lambda_{\zeta_{hs}} = \frac{\lambda_{E_{hs}}}{\lambda_{E_{ps}}} \quad (3.79)$
$E_{ps} = \Delta_{Fs} \Delta_{us} \quad (3.80)$	$\lambda_{E_{ps}} = \lambda_{\Delta_{Fs}} \lambda_{\Delta_{us}} \quad (3.81)$
$E_{hs} = \sum_{\text{Assemblages}} E_{ha} \quad (3.82)$	$\lambda_{E_{hs}} = \lambda_{E_{ha}} \quad (3.83)$
$E_{ha} = 2\pi E_{pa} \zeta_{ha} \quad (3.84)$	$\lambda_{E_{ha}} = \lambda_{E_{pa}} \lambda_{\zeta_{ha}} \quad (3.85)$
$E_{pa} = \Delta_{Fa} \Delta_{ua} \quad (3.86)$	$\lambda_{E_{pa}} = \lambda_{\Delta_{Fa}} \lambda_{\Delta_{ua}} \quad (3.87)$

Tableau 3.8 – Relations de similitude obtenues pour l'amortissement hystérétique de la structure

Enfin, les relations du tableau 3.8 peuvent être simplifiées pour les raisons suivantes. Si les énergies dissipées E_h sont liées au comportement cyclique, les amplitudes Δ_u, Δ_F sont quant à elles liées au comportement monotone uniquement. Ainsi, compte tenu des relations (3.70h) et (3.70i) établies en monotone, on a :

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\begin{cases} \lambda_{\Delta ua} = \lambda_{\Delta us} & (3.88a) \\ \lambda_{\Delta Fa} = \lambda_{\Delta Fs} & (3.88b) \end{cases}$$

La relation (3.88) n'est néanmoins valable que si les paramètres de la structure et la sollicitation u_s vérifient les conditions (3.70a) à (3.70f) (partie 3.2.2).

Finalement d'après les relations (3.88) et celles du tableau 3.8, on obtient

$$\lambda_{\zeta hs} = \lambda_{\zeta ha} \quad (3.89)$$

Ainsi, on peut connaître le facteur de similitude sur l'amortissement ζ_{hs} de la structure.

3.2.5 Comparaison avec l'expérimental

Une fois les relations de similitude constituées, les facteurs sur le comportement de la structure en sont déduits. Pour cela, il est d'abord nécessaire de définir les facteurs des paramètres de la structure.

3.2.5.1 Facteurs sur les paramètres de la structure

Concernant les dimensions et la charge verticale additionnelle (Q_{ad}), les facteurs sont issus de la conception (partie 2.1.1). Le facteur $\lambda_E = 1$ est choisi en partant de l'hypothèse que les propriétés élastiques du matériau sont peu impactées par le changement d'échelle. Aussi pour le matériau, on fait l'hypothèse d'un poids volumique conservé par changement d'échelle. Ainsi le poids propre (en N) des éléments bois a pour facteur $\lambda_{Q_{bo}} = \lambda_{eb}\lambda_{lb}\lambda_L$. De même le poids propre des éléments acier a pour facteur $\lambda_{Q_{ac}} = \lambda_{ea}\lambda_{la}\lambda_L$.

Concernant les assemblages, une solution serait d'utiliser les facteurs analytiques de la partie 3.1. Cependant, ces valeurs analytiques ont été mises en défaut par les essais sur assemblages. Il est donc préférable de retenir les facteurs issus de l'expérimental. Ces facteurs expérimentaux présentent néanmoins les limites suivantes :

- Les assemblages testés seuls diffèrent dans une certaine mesure de ceux de la structure, à travers certaines dimensions de la plaque. Néanmoins on peut supposer que cela impacte peu les force et moment maximaux (F_{ma}, M_{ma}) ainsi que les déformations associées (u_{ma}, θ_{ma}), comme cela a pu être vérifié par des essais complémentaires sur les assemblages de la structure, non présentés dans ce document.
- Pour l'amortissement ζ_{ha} , des valeurs ont été obtenues avec les essais sur assemblages, mais aussi avec les essais sur la structure (à partir des déplacements et efforts mesurés par les LVDT et jauges de déformation). Les essais sur la structure apportent moins d'informations que les essais sur assemblages, néanmoins ils indiquent des valeurs différentes. Cela peut s'expliquer par une éventuelle sollicitation en rotation des assemblages lors des essais sur

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

la structure. Or les essais cycliques sur assemblages n'ont été réalisés que sous chargement axial. Les amortissements d'assemblages retenus sont ceux issus des essais sur la structure.

Finalement, les facteurs des paramètres de la structure sont présentés au tableau 3.9. Certains facteurs sont affectés par les distorsions de similarité et ne vérifient pas les conditions de similitude (3.70a) à (3.70e). Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour respecter les conditions de similitude.

Facteur	entre échelles 1 et 1/2	entre échelles 1 et 1/3	entre échelles 1/2 et 1/3
Dimensions et charge additionnelle, facteurs issus de la conception			
λ_{LB}	2	3	1,5
λ_{LH}			
λ_{L1i}	1,89 (2)	2,84 (3)	1,50 (1,5)
λ_{L1s}	1,81 (2)	2,73 (3)	1,51 (1,5)
λ_{L2}	1,45 (2)	1,69 (3)	1,16 (1,5)
λ_{eb}	1,98	3	1,52
λ_{ea}	1,88 (1,98)	3	1,60 (1,52)
λ_{lb}	2	3	1,5
λ_{la}			
λ_{Qad}	4	9	2,25
Propriétés matérielles, facteurs issus d'hypothèses			
λ_E	1		
λ_{Qbo}	7,9 (4)	27 (9)	3,42 (2,25)
λ_{Qac}	7,5 (4)	27 (9)	3,6 (2,25)
Assemblages, facteurs expérimentaux (moyenne et CV)			
λ_{Kua}^*	2 ± 24% (1,98)	4,29 ± 34% (3)	2,14 ± 38% (1,52)
$\lambda_{K\theta a}^*$	8,32 ± 44% (7,92)	26,2 ± 45% (27)	3,15 ± 39% (3,42)
λ_{Fma}^*	3,53 ± 11% (4)	7,84 ± 10% (9)	2,22 ± 9% (2,25)
λ_{Mma}^*	5,65 ± 15% (8)	19,2 ± 17% (27)	3,39 ± 18% (3,375)
λ_{uma}^*	1,75 ± 21%	2,94 ± 16%	1,68 ± 22%
$\lambda_{\theta ma}^*$	0,616 ± 34%	0,702 ± 41%	1,14 ± 47%
$\lambda_{\zeta ha}^*$	0,706 ± 12%	0,947 ± 13%	1,34 ± 16%

Tableau 3.9 – Facteurs des paramètres de la structure (à un ou deux niveaux)

3.2.5.2 Facteurs sur les variables d'intérêt, comparaison avec l'expérimental

Pour les variables d'intérêt $K_s, F_{ms}, u_{ms}, \zeta_{hs}$, les facteurs sont estimés par les relations de similitude (3.63i), (3.71), (3.72), (3.89). Du fait que dans ces relations certaines données d'entrée (tableau 3.9) sont expérimentales, les facteurs estimés sont nommés *facteurs analytiques hybrides*. Ces facteurs sont comparés aux facteurs expérimentaux moyens, dans le tableau 3.10. Les facteurs analytiques hybrides sont aussi comparés aux intervalles de confiance expérimentaux, sur les figures 3.16 à 3.18.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

Facteur	entre échelles 1 et 1/2	entre échelles 1 et 1/3	entre échelles 1/2 et 1/3
Analytique hybride			
$\lambda_{K_s}^\diamond$	2	4, 29	2, 14
$\lambda_{F_{ms}}^\diamond$	3, 53	7, 84	2, 22
$\lambda_{u_{ms}}^\diamond$	1, 75	2, 94	1, 68
$\lambda_{\zeta_{hs}}^\diamond$	0, 706	0, 947	1, 34
Moyenne expérimentale, structure à un niveau			
$\lambda_{K_s}^*$	2, 04	3, 43	1, 68
$\lambda_{F_{ms}}^*$	3, 5	8, 58	2, 45
$\lambda_{u_{ms}}^*$	1, 86	1, 67	0, 898
$\lambda_{\zeta_{hs}}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} = 76\%$)	0, 922	0, 875	0, 949
$\lambda_{\zeta_{hs}}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} = 101\%$)	1, 06	1, 13	1, 07
Moyenne expérimentale, structure à deux niveaux			
$\lambda_{K_s}^*$	Pas d'essais réalisés à l'échelle 1		0, 965
$\lambda_{F_{ms}}^*$			2, 46
$\lambda_{u_{ms}}^*$			2, 94

Tableau 3.10 – Facteurs des variables d'intérêt de la structure

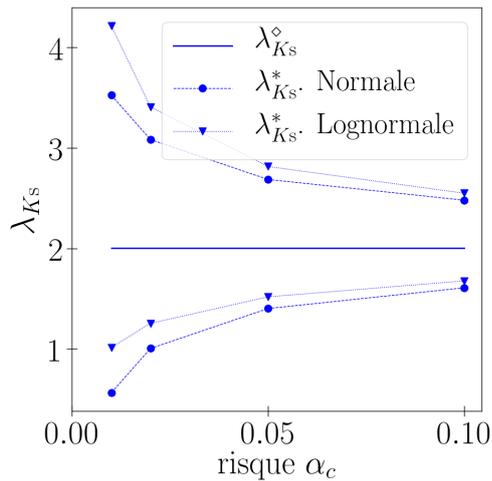
Pour la raideur K_s , le facteur analytique hybride est compris dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figure 3.16). Donc on ne peut pas exclure que l'écart entre l'analytique hybride et l'expérimental soit dû à la variabilité expérimentale. Néanmoins les causes suivantes peuvent contribuer à cet écart :

- Les facteurs des paramètres comportent des distorsions, ils ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.63a) à (3.63c).
- Pour les facteurs des assemblages, les valeurs considérées (tableau 3.9) présentent des limites. Ces limites ont été évoquées au début de la partie 3.2.5.

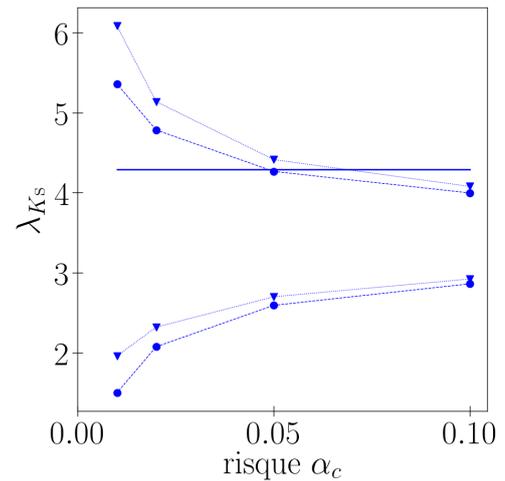
Pour la force F_{ms} , le facteur analytique hybride est proche de la moyenne expérimentale (tableau 3.10).

Pour le déplacement u_{ms} et l'amortissement hystérétique ζ_{hs} , le facteur analytique hybride est compris dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figures 3.17 et 3.18). Donc l'écart entre l'analytique hybride et l'expérimental peut être dû à la variabilité.

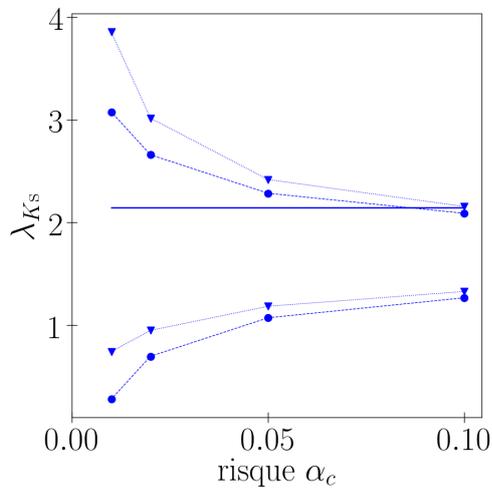
3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE



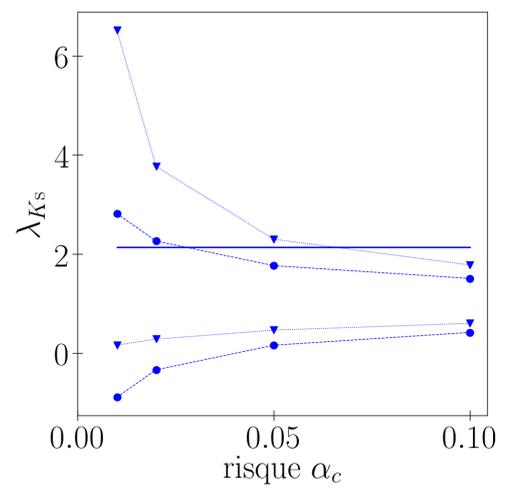
(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau



(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau



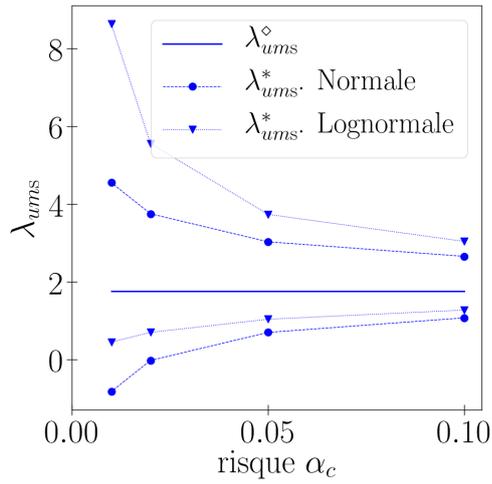
(c) facteur entre échelles 1/2 et 1/3, structure à un niveau



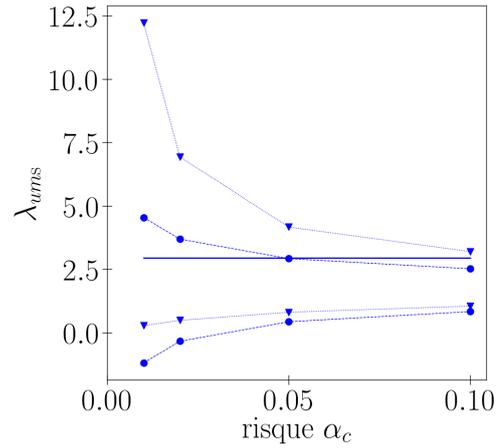
(d) facteur entre échelles 1/2 et 1/3, structure à deux niveaux

FIGURE 3.16 – Facteur λ_{K_s} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique hybride (« \diamond »)

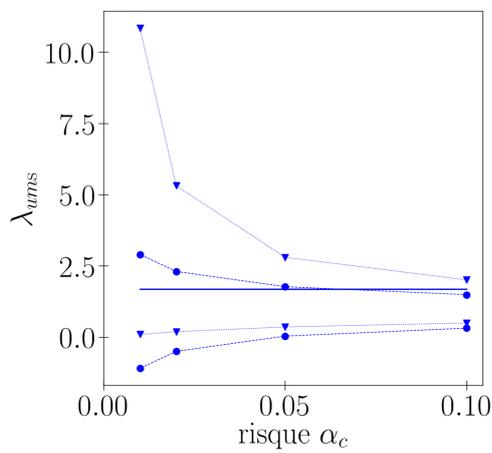
3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE



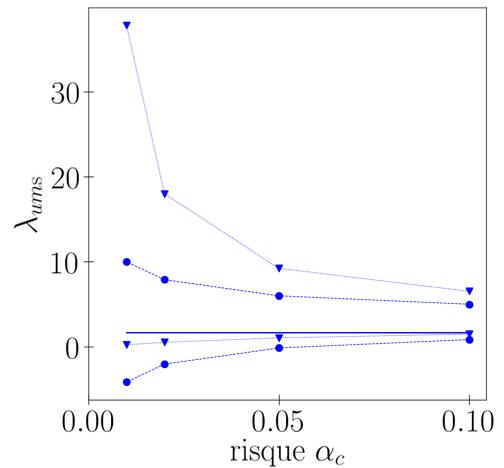
(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau



(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau



(c) facteur entre échelles 1/2 et 1/3, structure à un niveau



(d) facteur entre échelles 1/2 et 1/3, structure à deux niveaux

FIGURE 3.17 – Facteur λ_{ums} , intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique hybride (« \diamond »)

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

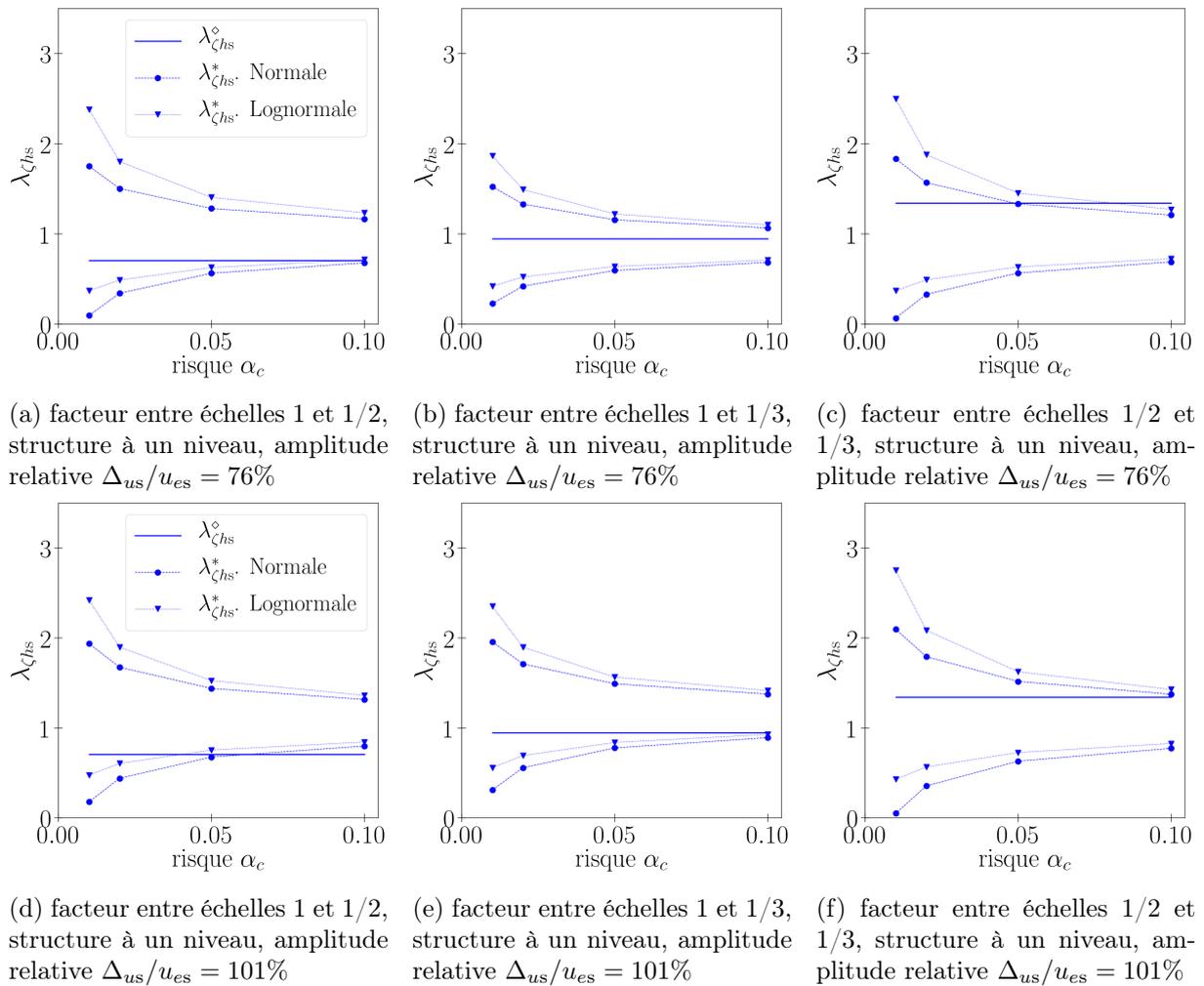


FIGURE 3.18 – Facteur $\lambda_{\chi_{hs}}$, intervalles de confiance expérimentaux (« * ») et valeur analytique hybride (« \diamond »)

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

3.2.5.3 Facteurs sur la relation force - déplacement

A présent, on détermine le facteur λ_{F_s} sur la force dans la structure, selon les deux approches suivantes (figure 3.19).

- Dans l'approche analytique hybride, une valeur $\lambda_{F_s}^\diamond$ est estimée par la relation de similitude (3.70g).
- Dans l'approche expérimentale, des valeurs $\lambda_{F_s}^*$ sont obtenues à partir des courbes expérimentales force - déplacement (partie 2.2.3.1). En fixant le facteur λ_{u_s} selon la relation (3.70f), une valeur $\lambda_{F_s}^*$ est obtenue pour chaque déplacement de l'échelle 1 ($u_s^{(F)}$).

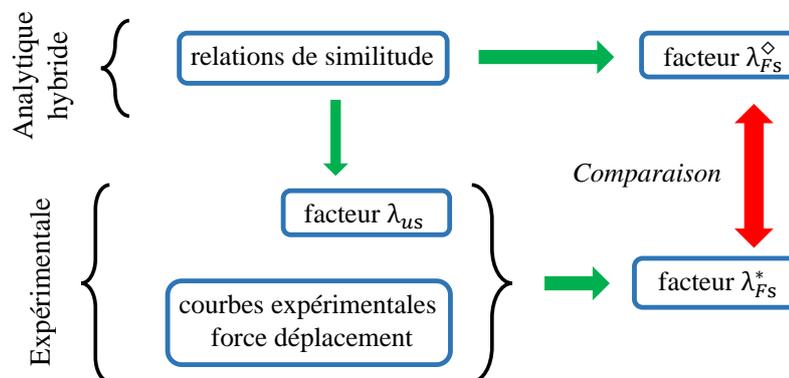


FIGURE 3.19 – Facteur λ_{F_s} , principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride

Les valeurs λ_{F_s} issues des différentes approches sont données sur la figure 3.20. L'écart entre l'analytique hybride et l'expérimental est faible. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par λ_{u_s} et $\lambda_{F_s}^\diamond$, alors la courbe « projetée » résultante est proche de celle à l'échelle 1 (figure 3.21). Néanmoins les causes suivantes peuvent contribuer à l'écart entre l'expérimental et l'analytique hybride :

- Les valeurs $\lambda_{F_s}^*$ expérimentales ont une dispersion élevée.
- Les facteurs des paramètres sont affectés par des distorsions, ils ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.70a) à (3.70e).
- Pour les facteurs des assemblages, les valeurs considérées (tableau 3.9) présentent des limites. Ces limites ont été évoquées au début de la partie 3.2.5.
- Les relations (3.69c) et (3.69e) (partie 3.2.2) sont basées sur des hypothèses approximatives.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

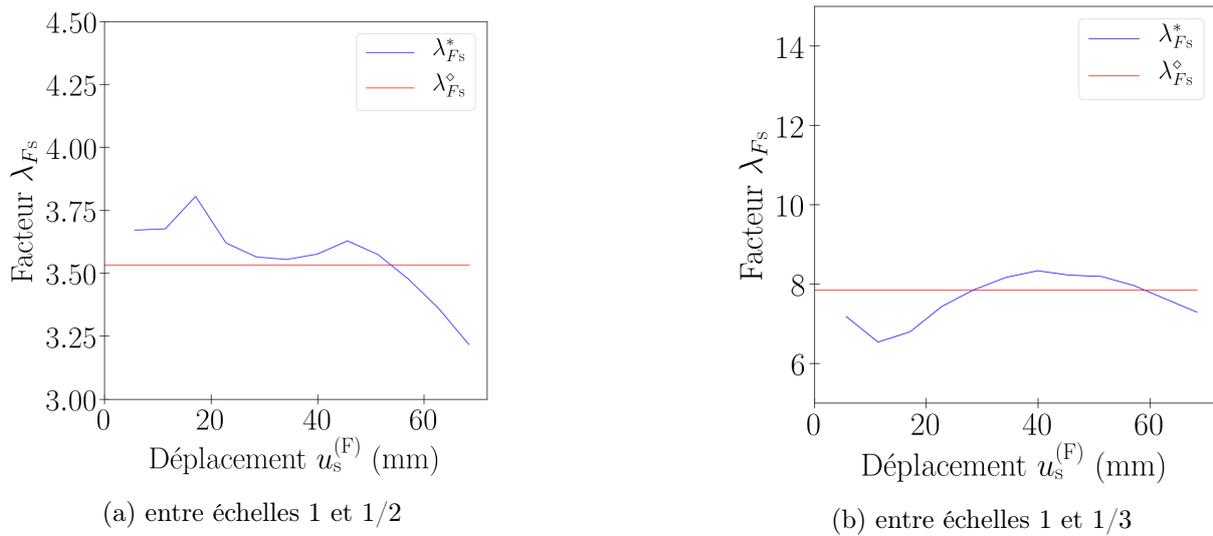


FIGURE 3.20 – Facteur λ_{F_s} , expérimental et analytique hybride, structure à un niveau

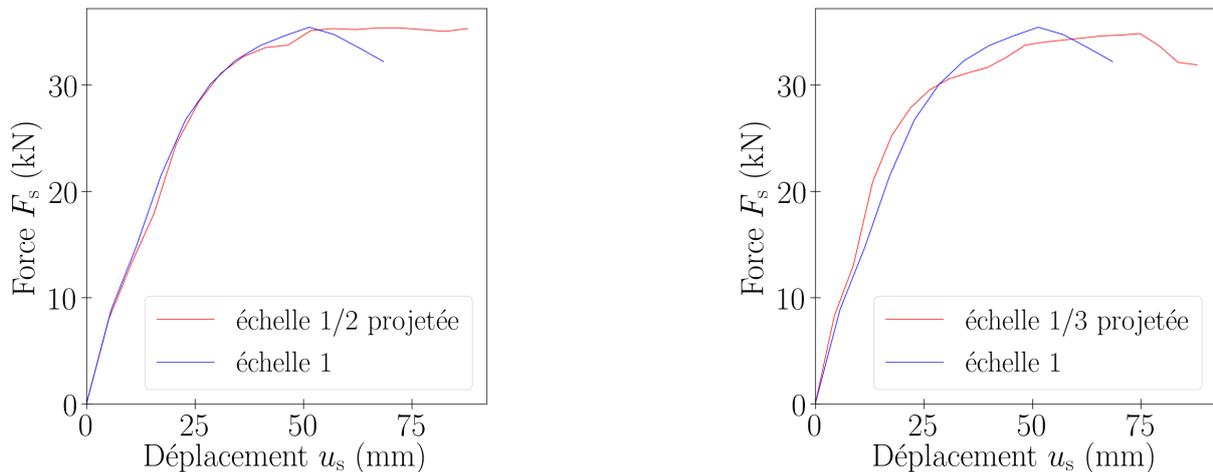


FIGURE 3.21 – Courbes expérimentales force déplacement de la structure à un niveau : échelle réduite « projetée » et échelle 1

3.2.6 Conclusion

Des relations de similitude ont été établies pour décrire le comportement monotone de la structure. Deux méthodes ont été utilisées : la méthode *DA* et la méthode *STAGE*. C'est la seconde méthode qui a été retenue, car elle impose moins d'exigences sur les paramètres de la structure. Le comportement non linéaire des assemblages bois a ensuite pu être pris en compte. Enfin, des relations de similitude ont été établies pour la force maximale, le déplacement associé, et l'amortissement hystérétique.

A partir des relations de similitude, des facteurs ont été obtenus pour le comportement de la structure. Du fait que dans les relations utilisées certaines données d'entrée sont expérimentales, on parle d'approche analytique hybride. Pour certaines variables d'intérêt, des différences ont été constatées entre les facteurs analytiques hybrides et les facteurs expérimentaux. Ces différences

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

sont en partie dues à la variabilité expérimentale, à une méconnaissance du comportement des assemblages, et aux distorsions de similarité dans les paramètres de la structure.

3.3 Constitution des facteurs de similitude pour le comportement dynamique de la structure

Il s'agit de constituer des facteurs sur le comportement dynamique de la structure, à partir des méthodes analytiques (partie 1.2). Le comportement étudié est celui induit par une accélération au sol $a(t)$. Tout d'abord, des relations de similitude sont établies en élastique linéaire, avec une comparaison à l'analyse modale expérimentale. Ensuite, les non-linéarités de comportement des assemblages bois sont intégrées dans les relations de similitude. Des relations de similitude sont également établies pour un modèle simplifié de la structure. Ce modèle simplifié est basé sur le comportement monotone et cyclique de la partie 3.2.

3.3.1 Domaine élastique linéaire

Des relations de similitude sont établies, par deux approches différentes.

- Dans la première approche, aucune hypothèse simplificatrice n'est considérée pour la structure. Aussi c'est la méthode *DA* qui est utilisée.
- Dans la seconde approche, on se base sur la théorie des poutres. C'est la méthode *STAGE* qui est utilisée.

Parmi les deux approches, des relations de similitude sont retenues pour le comportement dynamique. Ces relations sont comparées à l'analyse modale expérimentale.

3.3.1.1 Méthode DA

Les relations de similitude sont constituées à partir de la méthode *DA*. Les grandeurs considérées sont :

- les longueurs, y compris dans les assemblages, L (m),
- les modules d'élasticité, y compris dans les assemblages, E (N/m²),
- la gravité, g (m/s²),
- les masses (bois, acier, masse additionnelle), m (kg),
- les masses volumiques associées, ρ (kg/m³),
- l'accélération du sol, a (m/s²),
- le temps, t (s),
- les déplacements dans la structure, par rapport au sol, u (m),
- les accélérations dans la structure, par rapport au sol, \ddot{u} (m/s²).

En utilisant *DA*, les relations de similitude sont

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_m = \lambda_\rho \lambda_L^3 \\ \lambda_a = \frac{\lambda_E}{\lambda_\rho \lambda_L} \\ \lambda_g = \frac{\lambda_E}{\lambda_\rho \lambda_L} \\ \lambda_t = \lambda_L \sqrt{\frac{\lambda_\rho}{\lambda_E}} \\ \lambda_u = \lambda_L \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.90a) \\ (3.90b) \\ (3.90c) \\ (3.90d) \\ (3.90e) \end{array}$$

où les *Repeating Variables* choisies sont L, E, ρ .

A partir de ces relations, des lois de similitude sont proposées dans la littérature [KKC04] (tableau 3.11). Elles conservent les propriétés matérielles mécaniques : $\lambda_E = 1$. Néanmoins ces lois de similitude comportent des inconvénients, comme le montre le tableau 3.12.

- La loi *Acceleration Based* [KKC04] est utilisable si la masse volumique est modifiée par changement d'échelle. Il est cependant difficile de trouver des matériaux vérifiant de telles conditions.
- La loi *Mass Based* [KKC04] est utilisable si la gravité est modifiée par changement d'échelle. Cela est impossible en pratique, à moins d'avoir recours à une centrifugeuse.
- La loi *Time Based* [KKC04] est utilisable si à la fois la gravité et la masse volumique sont modifiées par changement d'échelle. Néanmoins elle permet de conserver les fréquences par changement d'échelle, ce qui facilite les mesures et la mise en place des sollicitations.

Pour les ouvrages de Génie Civil, pour lesquels la gravité est un paramètre important et qui ne peut pas être modifié, la loi *Acceleration Based* est la plus appropriée.

Plus généralement les relations de similitude (3.90), desquelles sont issues les lois de la littérature, ont l'inconvénient d'imposer le même facteur λ_L à toutes les dimensions de la structure.

	λ_E	λ_g	λ_ρ	λ_t	Autres facteurs
<i>Acceleration Based</i>	1	1	$1/\lambda_L$	$\sqrt{\lambda_L}$	imposés par (3.90)
<i>Mass Based</i>		$1/\lambda_L$	1	λ_L	
<i>Time Based</i>		λ_L	$1/\lambda_L^2$	1	

Tableau 3.11 – Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : facteurs associés

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

<i>Acceleration Based</i>	
Avantages	Inconvénients
Ne nécessite pas de modifier la gravité, du fait de $\lambda_g = 1$	Nécessite de modifier la masse volumique des matériaux, du fait de $\lambda_\rho \neq 1$
<i>Mass Based</i>	
Avantages	Inconvénients
Permet de conserver la masse volumique des matériaux, du fait de $\lambda_\rho = 1$	Nécessite de modifier la gravité, du fait de $\lambda_g \neq 1$
<i>Time Based</i>	
Avantages	Inconvénients
Permet de conserver les fréquences, du fait de $\lambda_t = 1$	Nécessite de modifier : la masse volumique des matériaux, du fait de $\lambda_\rho \neq 1$, la gravité, du fait de $\lambda_g \neq 1$

Tableau 3.12 – Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : avantages et inconvénients

3.3.1.2 Méthode STAGE

Des relations de similitude sont constituées par la méthode *STAGE*, en se basant sur la théorie des poutres. Des relations sont proposées dans la littérature [CBD18] à travers cette approche. Néanmoins les relations proposées reposent sur une représentation complexe du comportement de la structure : elles considèrent des poutres de *Timoshenko*, les non-linéarités géométriques (grands déplacements) et l'aspect tridimensionnel (torsion,...). Ces relations ne considèrent en revanche pas d'éléments de taille nulle, qui pourraient représenter des assemblages. Elles ne peuvent donc pas être directement utilisées pour des structures bois comportant des assemblages.

On souhaite établir des relations de similitude qui tiennent compte des assemblages à travers des éléments de taille nulle. Aussi on adopte une représentation simplifiée du comportement de la structure. Pour cela la structure est considérée plane et constituée de poutres d'*Euler Bernoulli*. Les déformations de cisaillement sont négligées, ainsi que les efforts d'inertie induits par la rotation. Les non-linéarités géométriques ne sont pas prises en compte. Pour utiliser la méthode *STAGE*, il faut déterminer l'équation directrice, reliant les variables d'intérêt (déplacements, accélérations) aux paramètres d'entrée. Un repère local est utilisé pour chaque composant de la structure : x est l'axe longitudinal, y est l'axe transversal (dans le plan). Ainsi dans les sections

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

d'éléments, les équations du mouvement sont

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.91a) \\ \frac{\partial F_{py}}{\partial x} + m_l g_y - m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.91b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.91c) \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.92a) \\ \frac{\partial^2 M_p}{\partial x^2} - m_l g_y + m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.92b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.92c) \end{cases}$$

avec : S l'aire des sections, I l'inertie des sections, F_{px}, F_{py} les forces internes, M_p le moment interne, m_l la masse linéique, u_{px}, u_{py} les déplacements par rapport au sol, a_x, a_y les accélérations du sol. Le moment et la force sont définis par

$$\begin{cases} M_p = EI \frac{\partial \theta}{\partial x} = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} & (3.93a) \\ F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} & (3.93b) \end{cases}$$

avec $\theta_p = \partial u_{py} / \partial x$ la rotation. En insérant (3.93) dans (3.92), on a

$$\begin{cases} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} & (3.94a) \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - m_l g_y + m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.94b) \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.94c) \end{cases}$$

Dans les éléments de taille nulle représentant les assemblages, les lois de comportement sont

$$\begin{cases} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} & (3.95a) \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} & (3.95b) \\ M_a = K_{\theta_a} \theta_a & (3.95c) \end{cases}$$

u_{ax}, u_{ay} et θ_a sont les déplacements et la rotation relatifs entre les nœuds de l'assemblage, F_{ax}, F_{ay} et M_a sont les forces et le moment dans l'assemblage, K_{uax}, K_{uay} et K_{θ_a} sont les raideurs en translation et la raideur en rotation de l'assemblage.

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

En utilisant les équations (3.93) à (3.95) puis la méthode *STAGE*, les relations de similitude sont données dans le tableau 3.13. Pour cela on considère :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_x = \lambda_L \quad (3.96a) \\ \lambda_{gx} = \lambda_{gy} = \lambda_g \quad (3.96b) \\ \lambda_{ax} = \lambda_{ay} = \lambda_a \quad (3.96c) \\ \lambda_{K_{uax}} = \lambda_{K_{uay}} = \lambda_{K_{ua}} \quad (3.96d) \\ \lambda_S = \lambda_e \lambda_l \quad (3.96e) \\ \lambda_I = \lambda_e \lambda_l^3 \quad (3.96f) \\ \lambda_{ml} = \lambda_m / \lambda_L \quad (3.96g) \end{array} \right.$$

avec e et l respectivement l'épaisseur et la largeur des sections.

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

Equations utilisées	Relations de similitude obtenues
$\begin{cases} F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} \\ M_p = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} \end{cases} \quad (3.97)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{px}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L} \\ \lambda_{M_p} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^2} \end{cases} \quad (3.98)$
$\begin{cases} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - m_l g_y + m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (3.99)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{py}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^3} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_L^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^4} = \lambda_g \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \lambda_a \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_t^2} \frac{\lambda_m}{\lambda_L} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_L \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L^2} = \lambda_g \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \lambda_a \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_t^2} \frac{\lambda_m}{\lambda_L} \end{cases} \quad (3.100)$
$\begin{cases} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} \\ M_a = K_{\theta a} \theta_a \end{cases} \quad (3.101)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ax}} \\ \lambda_{F_{ay}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{M_a} = \lambda_{K_{\theta a}} \lambda_{\theta a} \end{cases} \quad (3.102)$
Continuité des déplacements	$\begin{cases} \lambda_{u_a} = \lambda_{u_{ax}} = \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{u_p} = \lambda_{u_{px}} = \lambda_{u_{py}} \\ \lambda_u = \lambda_{u_a} = \lambda_{u_p} \end{cases} \quad (3.103)$
Continuité des rotations	$\lambda_\theta = \lambda_{\theta_a} = \lambda_{\theta_p} = \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L} \quad (3.104)$
Continuité des efforts	$\begin{cases} \lambda_{F_a} = \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{F_{ay}} \\ \lambda_{F_p} = \lambda_{F_{px}} = \lambda_{F_{py}} \\ \lambda_F = \lambda_{F_a} = \lambda_{F_p} \end{cases} \quad (3.105)$
Continuité des moments	$\lambda_M = \lambda_{M_a} = \lambda_{M_p} \quad (3.106)$
Conditions aux limites et initiales	-
$\ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.107)$	$\lambda_{\ddot{u}} = \frac{\lambda_u}{\lambda_t^2} \quad (3.108)$ <p>à condition que les facteurs λ_u et λ_t soient constants</p>

Tableau 3.13 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour le comportement dynamique de la structure

Bien que l'amortissement visqueux réduit ζ_v ne soit pas pris en compte dans les équations du mouvement, il est intégré dans les relations de similitude. Du fait que ζ_v est adimensionnel, on impose la condition

$$\lambda_{\zeta_v} = 1 \quad (3.109)$$

Notons que cette condition peut ne pas être vérifiée, d'après la partie 2.3.2. Finalement d'après les relations du tableau 3.13, on obtient

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.110a) \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.110b) \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.110c) \\ \lambda_a = \lambda_g \quad (3.110d) \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_E \lambda_e}} \quad (3.110e) \\ \lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \quad (3.110f) \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \quad (3.110g) \\ \lambda_{\zeta v} = 1 \quad (3.110h) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} \quad (3.110i) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.110j) \end{array} \right.$$

Contrairement aux relations de similitude (3.90), celles (3.110) ne font pas intervenir la condition $\lambda_a = \lambda_E / (\lambda_\rho \lambda_L)$, et permettent aux dimensions e et L d'avoir un facteur différent. De plus, dans les relations (3.90), les assemblages sont pris en compte à travers leurs propriétés matérielles et géométriques. Tandis que dans les relations (3.110), les assemblages sont introduits à travers leurs caractéristiques globales ($K_{ua}, K_{\theta a}$). Par conséquent, les relations (3.110) sont celles retenues pour la suite.

3.3.1.3 Conséquences sur les propriétés modales de la structure, comparaison avec l'expérimental

Une fois les relations de similitude établies pour le comportement dynamique, nous en déduisons l'évolution par changement d'échelle des propriétés modales. Les propriétés modales de la structure sont solutions des équations du mouvement, en absence de force extérieure. Elles sont de la forme [Raj09, Hum12] :

$$\vec{u} = \Xi \vec{\Phi} \sin(2\pi ft) \quad (3.111)$$

\vec{u} est le vecteur des déplacements dans la structure, $\vec{\Phi}$ est le vecteur de déformée modale, f est la fréquence propre du mode, Ξ est le déplacement généralisé. D'après les équations (3.111) et (3.110), le facteur de similitude sur la fréquence propre peut être estimé par

$$\lambda_f = \frac{1}{\lambda_t} = \sqrt{\frac{\lambda_E \lambda_e}{\lambda_m}} \quad (3.112)$$

On considère les facteurs entre échelles 1 et 1/3. Pour l'épaisseur e on considère les éléments bois, donc on a $\lambda_e = 3$ d'après la conception (partie 2.1.1). La masse m est principalement due à celle additionnelle. Ainsi d'après la conception, on retient $\lambda_m = 9$. On fait l'hypothèse d'un facteur $\lambda_E = 1$, pour les mêmes raisons que dans la partie 3.2.5. Pour le facteur λ_f , une valeur λ_f^\diamond est estimée par la relation (3.112), et donnée dans le tableau 3.14. La valeur obtenue analytiquement est comparée à celle expérimentale λ_f^* (partie 2.3.2). On constate que l'analytique et l'expérimental sont proches.

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

λ_f^\diamond	λ_f^*	
	Mode 1	Mode 2
0,577	0,50	0,52

Tableau 3.14 – Facteur λ_f entre échelles 1 et 1/3, comparaison entre l’expérimental et l’analytique

D’après les relations (3.110), les déplacements u dans la structure ont le même facteur de similitude λ_u . Ainsi compte tenu de l’équation (3.111), les vecteurs propres $\vec{\Phi}$ de l’échelle 1 sont proportionnels à ceux de l’échelle réduite. Autrement dit, les déformées modales sont conservées par changement d’échelle. Cela est cohérent avec les résultats expérimentaux (partie 2.3.2), pour les deux premiers modes.

Pour conclure, les relations de similitude (3.110) établies en dynamique ont permis d’estimer l’évolution par changement d’échelle des propriétés modales (fréquences, déformées). Les estimations sont cohérentes avec les données expérimentales. Cela signifie que les relations (3.110) ne sont pas mises en défaut par l’expérimental.

3.3.2 Prise en compte des non-linéarités matérielles dans les assemblages bois

A présent il s’agit d’intégrer, dans les relations de similitude, la non-linéarité du comportement des assemblages. La prise en compte de non-linéarités dans les relations de similitude a été étudiée dans la littérature [KLC09, GMZ08, MZ11]. Il s’agit plus particulièrement de non-linéarités matérielles dans des structures en béton. Pour cela dans les relations de similitude, les auteurs ne considèrent plus le module initial E du matériau, mais le module sécant \hat{E} dépendant de la déformation ε (figure 3.22). Ainsi, le facteur sur le module dépend de la déformation, donc du temps. Il en est alors de même pour les autres facteurs, ce qui est cependant impossible à reproduire expérimentalement, notamment pour la masse. Afin de s’affranchir de cette problématique, les auteurs [KLC09, GMZ08, MZ11] adoptent pour le module sécant un facteur approché constant.

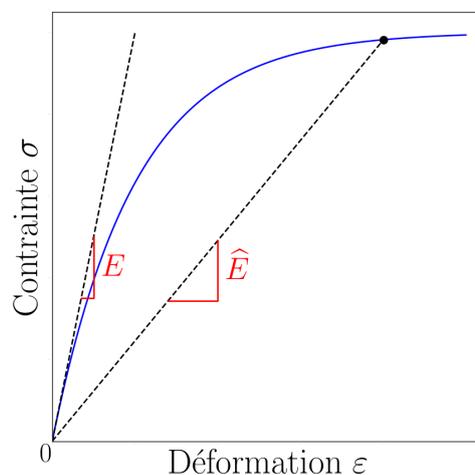


FIGURE 3.22 – Module sécant

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

Concernant à présent les travaux de la thèse, les non-linéarités à prendre en compte sont liées aux assemblages bois. Donc les relations de similitude développées par les précédents auteurs ne sont pas utilisables directement. Néanmoins leur méthodologie est reprise. Ainsi dans les relations de similitude (3.110), les raideurs d'assemblages à considérer sont celles sécantes, notées \widehat{K}_{ua} pour la translation et $\widehat{K}_{\theta a}$ pour la rotation. La démarche est similaire à celle de la partie 3.2.2 : les relations (3.110) deviennent

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \\ \lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \\ \lambda_{\widehat{K}_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \\ \lambda_a = \lambda_g \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_E \lambda_e}} \\ \lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \\ \lambda_{\zeta v} = 1 \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.113a) \\ (3.113b) \\ (3.113c) \\ (3.113d) \\ (3.113e) \\ (3.113f) \\ (3.113g) \\ (3.113h) \\ (3.113i) \\ (3.113j) \end{array}$$

les facteurs $\lambda_{ua}, \lambda_{\theta a}$ sont fixés par

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \\ \lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.114a) \\ (3.114b) \end{array}$$

puis les facteurs $\lambda_{\widehat{K}_{ua}}, \lambda_{\widehat{K}_{\theta a}}$ sont estimés par les constantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \lambda_{Kua} \\ \lambda_{\widehat{K}_{\theta a}} = \lambda_{K\theta a} \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.115a) \\ (3.115b) \end{array}$$

Jusqu'à présent pour les assemblages, seul le comportement monotone était considéré. Afin de tenir compte aussi du comportement cyclique, l'amortissement hystérétique ζ_{ha} des assemblages est pris en compte. Du fait que ζ_{ha} est adimensionnel, on impose la condition

$$\lambda_{\zeta_{ha}} = 1 \quad (3.116)$$

Notons que cette condition n'est pas toujours vérifiée, d'après les valeurs du tableau 3.9 (partie 3.2.5) : $\lambda_{\zeta_{ha}}^* = 0,706$ entre échelles 1 et 1/2, $\lambda_{\zeta_{ha}}^* = 0,947$ entre échelles 1 et 1/3, $\lambda_{\zeta_{ha}}^* = 1,34$ entre échelles 1/2 et 1/3.

Finalement, les relations (3.113) peuvent être complétées de la façon suivante :

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.117a) \\ \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.117b) \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_{Kua} \quad (3.117c) \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.117d) \\ \lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \quad (3.117e) \\ \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_{K\theta a} \quad (3.117f) \\ \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.117g) \\ \lambda_a = \lambda_g \quad (3.117h) \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_E \lambda_e}} \quad (3.117i) \\ \lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \quad (3.117j) \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \quad (3.117k) \\ \lambda_{\zeta v} = 1 \quad (3.117l) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} \quad (3.117m) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.117n) \\ \lambda_{\zeta ha} = 1 \quad (3.117o) \end{array} \right.$$

L'équation (3.117) peut s'écrire aussi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.118a) \\ \lambda_{Kua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.118b) \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.118c) \\ \lambda_{Mma} = \lambda_{Fma} \lambda_L \quad (3.118d) \\ \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_m} = \lambda_g \quad (3.118e) \\ \lambda_{\zeta ha} = 1 \quad (3.118f) \\ \lambda_{\zeta v} = 1 \quad (3.118g) \\ \lambda_a = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_m} \quad (3.118h) \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_a \lambda_{Kua}}} \quad (3.118i) \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \quad (3.118j) \\ \lambda_u = \lambda_{\ddot{u}} \lambda_t^2 \quad (3.118k) \end{array} \right.$$

3.3.3 Constitution de relations de similitude pour un modèle simplifié de la structure

Une nouvelle approche est employée pour constituer les relations de similitude. Cette approche est basée sur un modèle simplifié de la structure, et peut aboutir à des relations de similitude moins restrictives que celles (3.118). La structure est représentée par un système masse / ressort (figure 3.23), à un ou deux degré de liberté selon le nombre de niveaux. Par conséquent, seuls

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

les premiers modes de la structure sont pris en compte. Les masses m_{ad} représentent les masses additionnelles sur la structure. Les ressorts représentent le comportement monotone et cyclique de chaque niveau de la structure (partie 3.2). Le modèle comprend un amortissement visqueux c . Les efforts exercés par les ressorts sur les masses sont notés F_s . Le sol est soumis à une accélération $a(t)$. Les déplacements des masses par rapport au sol sont notés u_s .

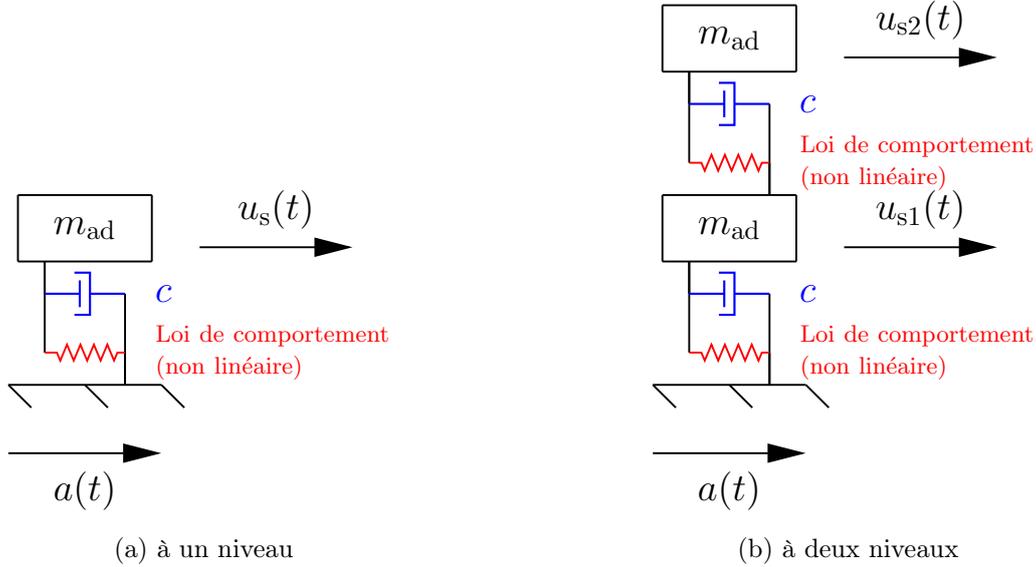


FIGURE 3.23 – Modèle simplifié de la structure

D'après ce modèle, l'équation du mouvement est

$$\vec{F}_s + \mathbf{C}\vec{u}_s + \mathbf{M}\vec{\ddot{u}}_s = -\mathbf{M}\vec{U}a \quad (3.119)$$

avec \vec{F}_s le vecteur des forces F_s , \vec{u}_s le vecteur des déplacements u_s , \mathbf{M} la matrice de masse, \mathbf{C} la matrice d'amortissement et \vec{U} le vecteur d'influence dont les composantes sont égales à 1. Des relations de similitude sont proposées dans la littérature [KKC04] pour un tel modèle simplifié. Ces relations ne sont pas directement utilisables ici, car limitées au comportement élastique linéaire. Néanmoins leur méthodologie est reprise. Ainsi les relations de similitude sont établies à partir de l'équation (3.119) puis de la méthode *STAGE*, soit :

$$\begin{cases} \lambda_{F_s} = \lambda_{mad} \lambda_a & (3.120a) \\ \lambda_a = \frac{\lambda_{us}}{\lambda_t^2} & (3.120b) \\ \lambda_c \frac{\lambda_{us}}{\lambda_t} = \lambda_{F_s} & (3.120c) \end{cases}$$

Les facteurs λ_{us} et λ_{F_s} ont été établis dans la partie 3.2.2, en monotone. L'amortissement hystérétique de chaque niveau de la structure, ζ_{hs} , est pris en compte. L'amortissement ζ_{hs} étant adimensionnel, on impose la condition

$$\lambda_{\zeta_{hs}} = 1 \quad (3.121)$$

3.4. CONCLUSION

avec $\lambda_{\zeta_{hs}}$ établi dans la partie 3.2.4. Enfin la relation (3.120c) est équivalente à

$$\lambda_{\zeta_v} = 1 \quad (3.122)$$

avec ζ_v l'amortissement visqueux réduit. Finalement les relations (3.120) peuvent être modifiées et complétées de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\zeta_{hs}} = 1 \\ \lambda_{\zeta_v} = 1 \\ \lambda_a = \frac{\lambda_{Fs}}{\lambda_{mad}} \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_{us}}{\lambda_a}} \\ \lambda_{\ddot{u}s} = \lambda_a \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.123a) \\ (3.123b) \\ (3.123c) \\ (3.123d) \\ (3.123e) \end{array}$$

Les relations de similitude (3.123) diffèrent de celles (3.118). En effet, les relations (3.123) tiennent compte du comportement monotone et cyclique de chaque niveau de la structure, au lieu des propriétés locales (dimensions, assemblages,...).

Une fois les relations de similitude établies, des facteurs seront déduits, utilisés, puis évalués par des modèles numériques, au chapitre 4.

3.3.4 Conclusion partielle

Des relations de similitude ont été constituées pour le comportement dynamique de la structure. Une première approche a été employée : la méthode *DA*, sans hypothèse simplificatrice sur le comportement. Cette approche résulte sur les lois de similitude de la littérature. Une seconde approche a ensuite été utilisée : la méthode *STAGE* sur la base de la théorie des poutres. La seconde approche est celle retenue, car elle est moins contraignante pour les paramètres de la structure. Les relations de similitude adoptées n'ont pas été mises en défaut par l'analyse modale expérimentale. Le comportement non linéaire des assemblages (bois) a ensuite pu être pris en compte. Des relations de similitude ont aussi pu être constituées pour un modèle simplifié de la structure. Ce modèle simplifié est basé sur le comportement monotone et cyclique (partie 3.2). Une fois les relations de similitude établies, des facteurs seront déduits, utilisés puis évalués par des modèles numériques, au chapitre 4.

3.4 Conclusion

Des facteurs de similitude ont été constitués par des méthodes analytiques. Selon la démarche multi-niveau, les facteurs ont été établis pour les assemblages, puis pour le comportement monotone, cyclique et dynamique de la structure. Les facteurs ont pu intégrer certaines spécificités de la structure bois, notamment les assemblages et leur comportement non linéaire. Les méthodes analytiques imposent des contraintes sur les paramètres des assemblages ou de la structure. Plusieurs approches ont alors été utilisées et comparées, par rapport à ces contraintes. Au niveau

3.4. CONCLUSION

des assemblages, les différentes approches sont équivalentes. Enfin, les facteurs obtenus analytiquement ont été comparés à ceux expérimentaux, pour les assemblages et la structure. Des différences ont été constatées entre l'analytique et l'expérimental. Elles sont dues notamment à la variabilité expérimentale, aux distorsions, et à une méconnaissance de certaines propriétés mécaniques. Cela soulève ainsi les limites des méthodes analytiques. Compte tenu de ces limites, des modèles numériques aux éléments finis sont établis au chapitre suivant.

Chapitre 4

Etude des facteurs de similitude par des modèles numériques aux éléments finis

Sommaire

4.1	Modélisation des assemblages bois	114
4.1.1	Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental	114
4.1.2	Etude des facteurs de similitude numériques	119
4.1.3	Conclusion	123
4.2	Modélisation du comportement monotone et cyclique de la structure bois	124
4.2.1	Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental	124
4.2.2	Exploitation du modèle pour étudier les facteurs de similitude numériques	134
4.2.3	Conclusion	142
4.3	Modélisation du comportement dynamique de la structure	143
4.3.1	Comparaison du modèle avec l'analyse modale expérimentale, puis calcul du comportement dynamique	143
4.3.2	Exploitation du modèle pour évaluer les erreurs de prévision du comportement dynamique	146
4.3.3	Conclusion	150
4.4	Prise en compte de l'incertain dans les lois de similitude, influence de l'échelle de réduction	151
4.4.1	Présentation des méthodes probabilistes et d'études de sensibilité	151
4.4.2	Comportement des assemblages	157
4.4.3	Comportement monotone de la structure	160
4.4.4	Comportement dynamique de la structure	164
4.4.5	Conclusion	165

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

Dans ce chapitre, des modèles numériques aux éléments finis sont élaborés. Selon la démarche multi-niveau, cette approche numérique est menée pour les assemblages, pour le comportement monotone et cyclique de la structure, puis pour le comportement dynamique. Les comportements déterminés numériquement sont comparés à ceux obtenus expérimentalement. Ensuite des facteurs de similitude numériques sont issus des modèles établis. Les différences entre les facteurs numériques et analytiques sont étudiées, pour différentes configurations des assemblages ou de la structure. Enfin, les propriétés du matériau bois présentant une variabilité importante et donc de l'incertitude, les modèles numériques sont utilisés pour étudier la propagation de l'incertitude sur les lois de similitude.

4.1 Modélisation des assemblages bois

Un modèle numérique aux éléments finis est proposé pour déterminer les raideurs d'assemblages, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Pour cela le code de calcul *Cast3M* [CEA21] est utilisé. Les raideurs calculées sont comparées à celles expérimentales. Ensuite, nous évaluerons l'écart entre les facteurs numériques et analytiques, pour différentes configurations d'assemblages. Pour cela, une étude paramétrique est effectuée.

4.1.1 Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental

4.1.1.1 Description du modèle

Le modèle numérique de l'assemblage (*Cast3M*) est constitué d'éléments volumiques tétraédriques et cubiques, avec des polynômes de degré 2 pour les fonctions d'interpolation. L'assemblage étant symétrique par rapport à la plaque, seule une moitié est modélisée (figure 4.1). Les interactions broche / bois et broche / plaque sont modélisées par un contact unilatéral de non pénétration, sans frottements et sans jeu initial.

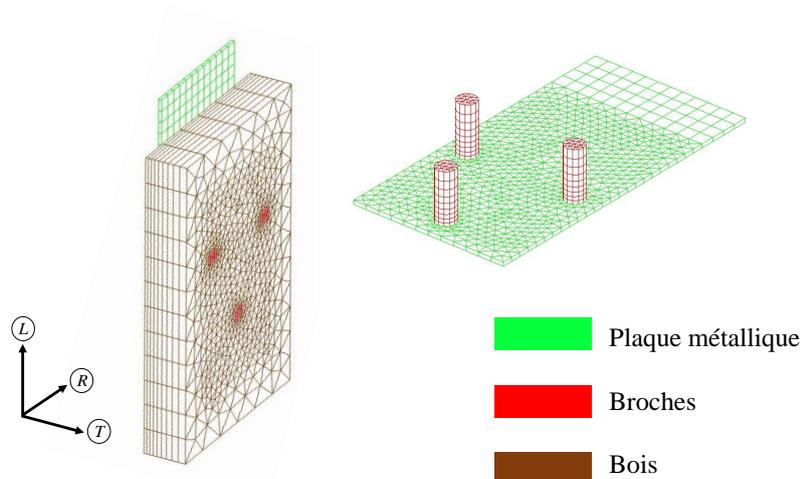


FIGURE 4.1 – Modèle numérique de l'assemblage, maillage (*Cast3M*)

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

La modélisation du comportement à la rupture n'est pas envisagée à ce stade. Le bois est modélisé par un matériau homogène élastique orthotrope, et l'acier par un matériau homogène élastique isotrope. Les propriétés matérielles du modèle sont les mêmes pour chaque échelle, et sont données dans le tableau 4.1. Les directions L, R, T considérées sont illustrées sur la figure 4.1. Pour le bois, les valeurs du tableau 4.1 sont des valeurs de référence obtenues à partir de la littérature [NE03, Dan87].

Bois, orthotrope			
Modules d'Young	E_{bL}	11 GPa	bois C24 [NE03]
	E_{bR}	$E_{bL}/13$	
	E_{bT}	$E_{bL}/21$	
Modules de cisaillement	G_{bRT}	84 MPa	bois résineux [Dan87]
	G_{bLR}	862 MPa	
	G_{bLT}	745 MPa	
Coefficients de Poisson	ν_{bRT}	0,51	
	ν_{bLR}	0,39	
	ν_{bLT}	0,43	
Acier, isotrope			
Module d'Young	E_a	210 GPa	acier non allié [NE00]
Coefficient de Poisson	ν_a	0,3	

Tableau 4.1 – Propriétés matérielles des assemblages

Néanmoins, au voisinage des broches, ces modules peuvent être nettement plus faibles, du fait de l'écrasement local du bois. Afin de prendre en compte ce phénomène, les modules E_b et G_b sont divisés arbitrairement par 5 au voisinage des broches. La taille de cette zone est de l'ordre de deux fois celle des broches (figure 4.2).

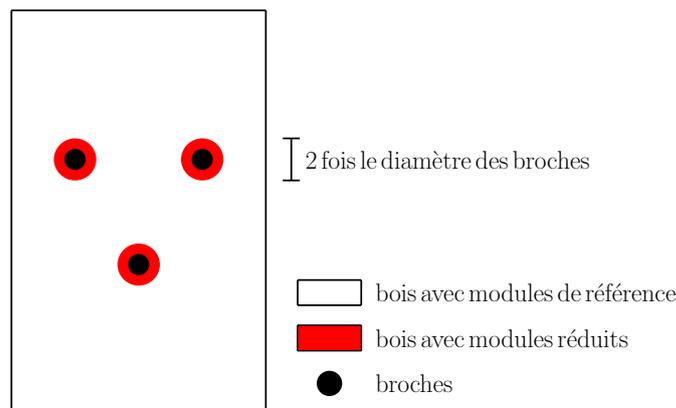


FIGURE 4.2 – Modèle numérique de l'assemblage, définition de la zone bois avec les modules réduits

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

4.1.1.2 Calcul de la raideur axiale

Pour déterminer la raideur axiale K_{ua} de l'assemblage, une force verticale de traction F_a est appliquée uniformément sur la plaque métallique (figure 4.3). Les déplacements sont bloqués dans les trois directions sur le bord inférieur du bois. L'influence des conditions aux limites sur K_{ua} est relativement faible (annexe C.1). Par ailleurs, la densité de maillage est définie telle qu'elle a peu d'effets sur le comportement (annexe C.2). Les dimensions du système sont celles expérimentales des parties 2.1.2 et 2.2.1.1. La hauteur d'appui h (figure 4.3) est une nouvelle dimension à définir. A l'échelle 1, h est fixée à 85 mm afin d'éviter les effets de bord. Puis pour respecter le facteur d'échelle, h est fixée à 42,5 mm pour l'échelle 1/2 et à 28,3 mm pour l'échelle 1/3. A l'échelle 1, les valeurs h et a_0 sont suffisamment élevées pour que les effets de bord soient faibles (annexe C.3).

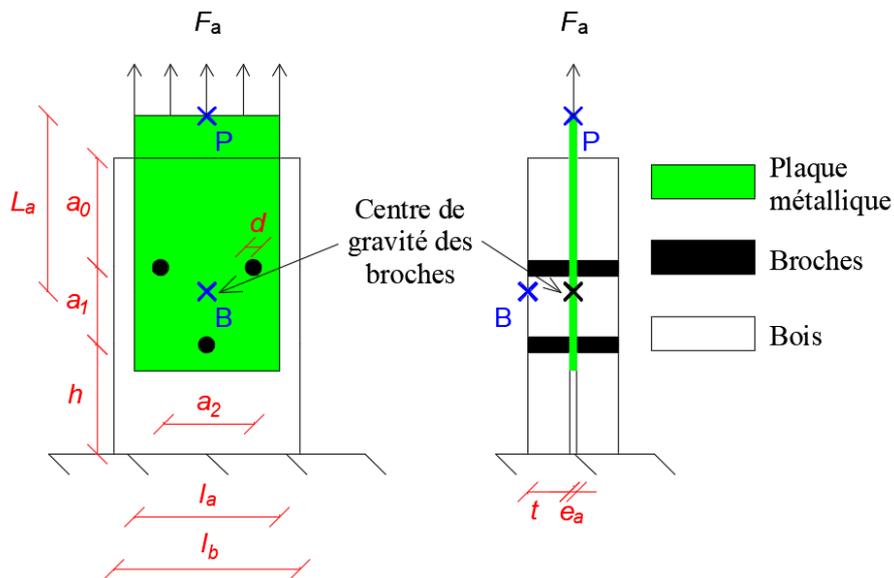


FIGURE 4.3 – Détermination de la raideur axiale du modèle d'assemblage

La réponse statique du modèle est calculée de la façon suivante. Bien que les matériaux soient élastiques linéaires, une résolution par itérations est effectuée, afin de tenir compte des conditions de contact. En revanche les non-linéarités géométriques (grands déplacements) ne sont pas prises en compte. Le déplacement vertical relatif est relevé entre la plaque et le bois. Le déplacement est défini entre les points P et B de la figure 4.3, en cohérence avec la partie expérimentale. Le déplacement est donc donné par

$$u_a = |u_P - u_B| \quad (4.1)$$

avec u_i le déplacement vertical au point i . La raideur est finalement déduite par $K_{ua} = F_a/u_a$. L'évolution force - déplacement obtenue est linéaire, la raideur K_{ua} ne dépend pas de la force appliquée. Cela s'explique par le fait que la surface de contact (broche / bois, broche / plaque)

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

ne varie pas étant donné que les matériaux restent élastiques, l'orientation de la force appliquée est constante, et les jeux initiaux nuls.

4.1.1.3 Calcul de la raideur en rotation

Pour déterminer la raideur en rotation K_{θ_a} de l'assemblage, un moment M_a est appliqué sur la plaque métallique (figure 4.4), les conditions aux limites étant les mêmes que dans la partie 4.1.1.2. Pour cela, deux forces F opposées sont appliquées sur la plaque. Cela génère un moment

$$M_a = 2F \frac{l_a}{4} = \frac{Fl_a}{2} \quad (4.2)$$

avec $(l_a/4)$ le bras de levier, et l_a la largeur de la plaque.

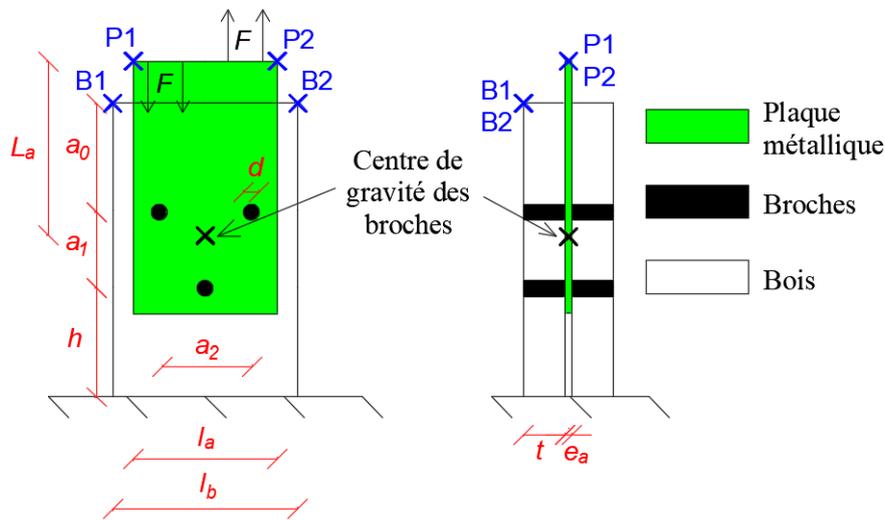


FIGURE 4.4 – Détermination de la raideur en rotation du modèle d'assemblage

Ensuite, la réponse statique du modèle est calculée de la même façon que dans la partie 4.1.1.2. Puis la rotation relative θ_a est relevée entre la plaque et le bois. Plus particulièrement elle est définie entre les sections $P1 - P2$ et $B1 - B2$ de la figure 4.4, en cohérence avec la partie expérimentale. La rotation est donc donnée par :

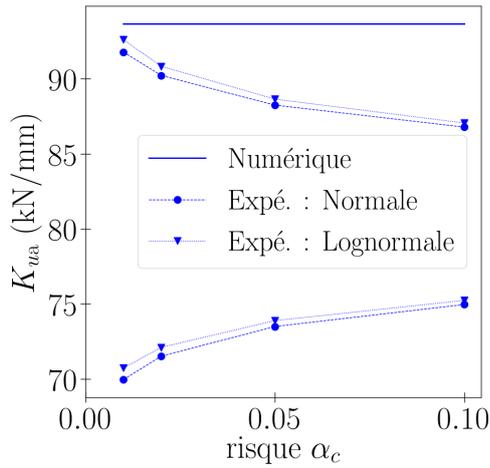
$$\theta_a = \left| \arctan \left(\frac{u_{P1} - u_{P2}}{l_a} \right) - \arctan \left(\frac{u_{B1} - u_{B2}}{l_b} \right) \right| \quad (4.3)$$

Enfin la raideur est déduite par $K_{\theta_a} = M_a / \theta_a$.

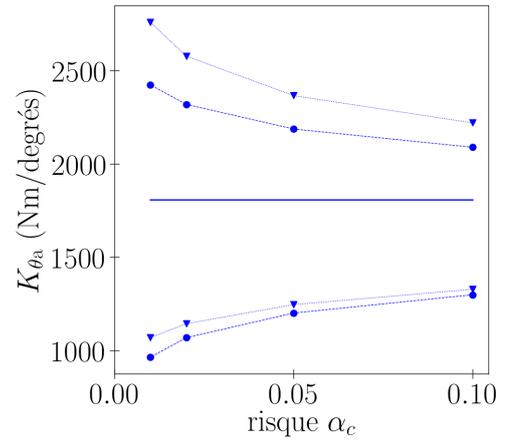
4.1.1.4 Comparaison avec l'expérimental

Pour chaque échelle, les raideurs obtenues numériquement sont comparées à celles expérimentales, dans le tableau 4.2 et sur la figure 4.5. Le tableau 4.2 présente aussi l'écart du numérique par rapport à l'expérimental.

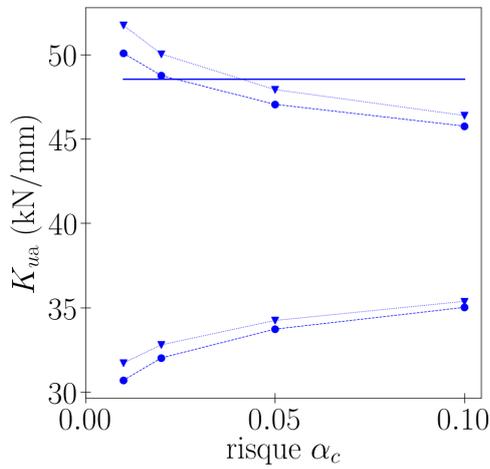
4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS



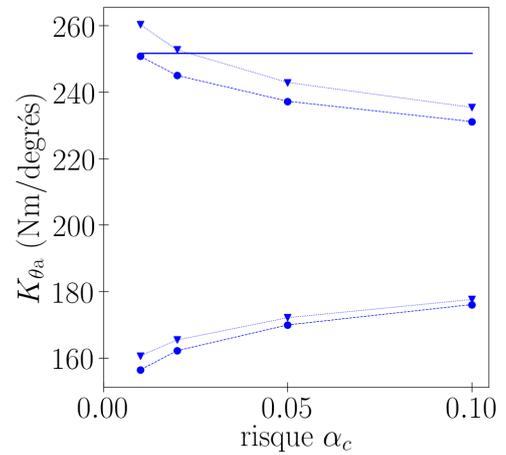
(a) raideur axiale, échelle 1



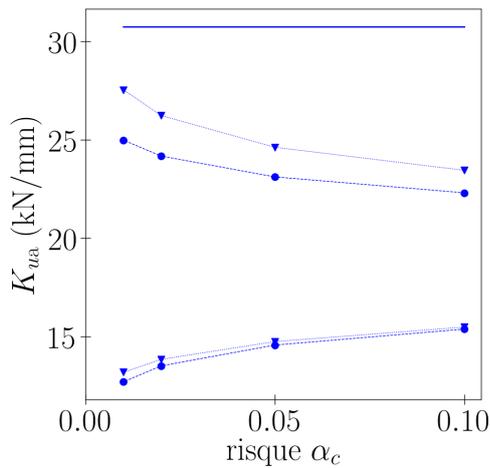
(b) raideur en rotation, échelle 1



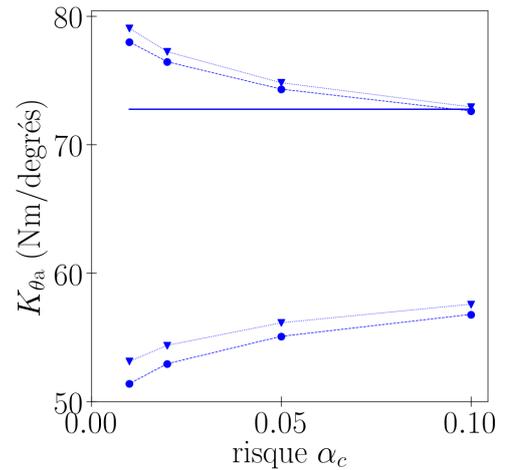
(c) raideur axiale, échelle 1/2



(d) raideur en rotation, échelle 1/2



(e) raideur axiale, échelle 1/3



(f) raideur en rotation, échelle 1/3

FIGURE 4.5 – Raideurs d'assemblages, comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

Pour les échelles 1 et 1/2, les valeurs numériques sont proches des moyennes expérimentales, et sont comprises pour une large part dans les intervalles de confiance expérimentaux. En revanche,

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

Echelle 1		
	K_{ua}	$K_{\theta a}$
Numérique	93,7 kN/mm	1808 Nm/degres
Moyenne expérimentale	80,9 kN/mm	1694 Nm/degres
Ecart relatif (%)	15,8	6,72
Echelle 1/2		
	K_{ua}	$K_{\theta a}$
Numérique	48,5 kN/mm	251,8 Nm/degres
Moyenne expérimentale	40,4 kN/mm	203,6 Nm/degres
Ecart relatif (%)	20,2	23,7
Echelle 1/3		
	K_{ua}	$K_{\theta a}$
Numérique	30,8 kN/mm	72,76 Nm/degres
Moyenne expérimentale	18,8 kN/mm	64,68 Nm/degres
Ecart relatif (%)	63,2	12,5

Tableau 4.2 – Raideurs d’assemblages, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale

pour K_{ua} à l’échelle 1/3, les valeurs numériques sont différentes des moyennes expérimentales, et ne sont comprises dans aucun intervalle de confiance expérimental. Cet écart entre le numérique et l’expérimental ne semble pas dû à la variabilité expérimentale. Les hypothèses suivantes peuvent être émises.

- Les jeux broche / bois (induis par l’écrasement du bois) et les jeux broche / plaque peuvent réduire les raideurs expérimentales [SDJM09].
- L’hétérogénéité du bois peut impacter les raideurs expérimentales.
- Les modules d’élasticité du bois sont des valeurs forfaitaires intégrées dans le modèle.
- La hauteur d’appui h du modèle induit un effet de bord, ce qui impacte légèrement les raideurs numériques.

4.1.2 Etude des facteurs de similitude numériques

A présent, on étudie les facteurs de similitude sur les raideurs d’assemblages. Les facteurs issus du modèle numérique peuvent différer des facteurs analytiques, du fait des distorsions géométriques. L’écart entre le numérique et l’analytique est caractérisé, pour différentes configurations d’assemblages. Pour cela, une étude paramétrique est menée.

4.1.2.1 Définition de l’étude paramétrique

On étudie les facteurs de similitude $\lambda_{K_{ua}}, \lambda_{K_{\theta a}}$ sur les raideurs d’assemblages. Plus particulièrement on évalue le rapport entre les facteurs numériques (« • ») et les facteurs analytiques (« ♦ ») :

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{Kua} = \lambda_{Kua}^{\bullet} / \lambda_{Kua}^{\diamond} \\ \gamma_{K\theta a} = \lambda_{K\theta a}^{\bullet} / \lambda_{K\theta a}^{\diamond} \end{array} \right. \quad (4.4a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{Kua} = \lambda_{Kua}^{\bullet} / \lambda_{Kua}^{\diamond} \\ \gamma_{K\theta a} = \lambda_{K\theta a}^{\bullet} / \lambda_{K\theta a}^{\diamond} \end{array} \right. \quad (4.4b)$$

Les facteurs analytiques sont issus des relations de similitude (3.5c) et (3.5d) (partie 3.1).

Dans l'étude paramétrique, l'échelle 1 est fixe et correspond à celle adoptée jusqu'à présent. En revanche différentes configurations d'échelle réduite sont considérées. Pour les configurations étudiées, les facteurs des paramètres vérifient : $\lambda_t = \lambda_{a0} = \lambda_a = \lambda_{lb} = \lambda_{la}$ notés par la suite λ_L , $\lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} = 1$ conformément à la partie 3.1.3, λ_{ea} , λ_d potentiellement différents de λ_L (distorsions sur e_a , d). Chaque configuration est donc définie par $(\lambda_L, \lambda_{ea}, \lambda_d)$. Pour chaque configuration, on étudie les rapports γ_{Kua} et $\gamma_{K\theta a}$.

Une approche possible serait de calculer ces rapports pour chaque configuration $(\lambda_L, \lambda_{ea}, \lambda_d)$. Mais cela nécessiterait un grand nombre de calculs.

Une approche alternative est donc menée, basée sur des *coefficients de distorsion* :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{ea} = \lambda_{ea} / \lambda_L \\ \delta_d = \lambda_d / \lambda_L \end{array} \right. \quad (4.5a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{ea} = \lambda_{ea} / \lambda_L \\ \delta_d = \lambda_d / \lambda_L \end{array} \right. \quad (4.5b)$$

Les rapports γ dépendent des coefficients δ mais pas du facteur d'échelle λ_L . Ainsi, le nombre de calculs nécessaires est réduit considérablement. Cette particularité s'explique de la façon suivante. Si on multiplie λ_L par une valeur « C », en conservant δ , alors λ_{ea} , λ_d sont aussi multipliés par C . Ainsi, les valeurs λ_K^{\diamond} et λ_K^{\bullet} sont multipliées C , d'après la méthode *DA*. Par conséquent le rapport γ est inchangé.

4.1.2.2 Résultats de l'étude paramétrique

Les rapports γ obtenus sont présentés en fonction de δ , sur la figure 4.6. Les valeurs γ sont différentes de 1, ce qui signifie que les facteurs numériques sont différents de ceux analytiques. L'évolution de $\gamma_{K\theta a}$ est assez similaire à celle de γ_{Kua} . Les rapports γ_{Kua} et $\gamma_{K\theta a}$ semblent plus influencés par δ_d que par δ_{ea} .

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

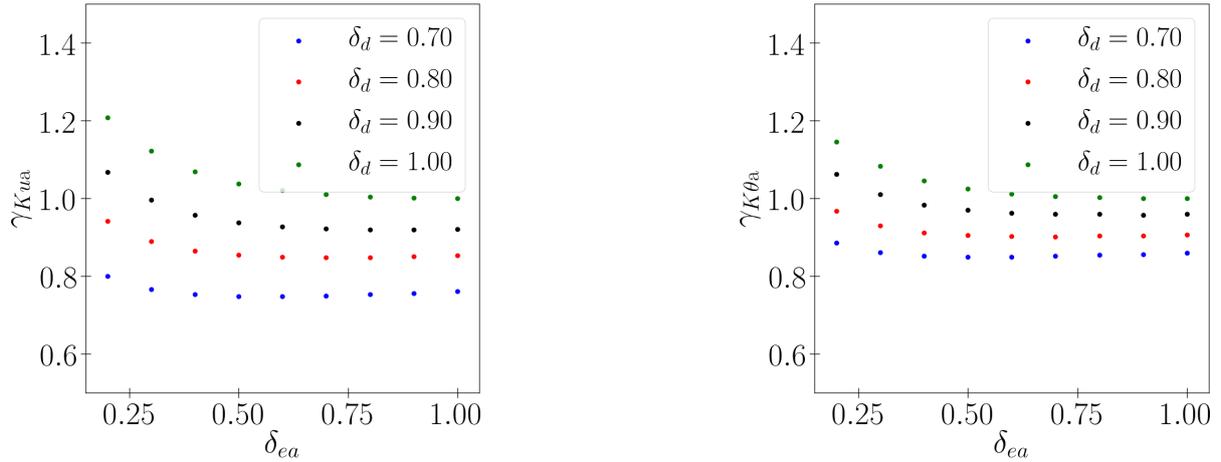


FIGURE 4.6 – Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, résultats obtenus

4.1.2.3 Constitution d'une expression pour les facteurs de similitude

Une fois les valeurs γ_{Kua} calculées, une expression est établie pour γ_{Kua} [LZZ15, ZLG19] par régression. Les expressions potentielles choisies sont de la forme

$$\gamma_{Kua} = \delta_{ea}^{\alpha_{uea}} \delta_d^{\alpha_{ud}} \quad (4.6)$$

Il s'agit de déterminer laquelle de ces expressions approche au mieux les valeurs de la figure 4.6. Pour cela l'équation (4.6) est écrite sous forme logarithmique [ZLG19], soit

$$\ln \gamma_{Kua} = \alpha_{uea} \ln \delta_{ea} + \alpha_{ud} \ln \delta_d \quad (4.7)$$

Les coefficients $\alpha_{uea}, \alpha_{ud}$ sont obtenus par minimisation des moindres carrés [Gee05], sur la base des données de la figure 4.6, soit $\alpha_{uea} = -0,0746$ et $\alpha_{ud} = 0,889$. La même démarche est effectuée pour le facteur $\gamma_{K\theta_a}$: les expressions potentielles sont de la forme

$$\gamma_{K\theta_a} = \delta_{ea}^{\alpha_{\theta ea}} \delta_d^{\alpha_{\theta d}} \quad (4.8)$$

et celle finalement retenue correspond à $\alpha_{\theta ea} = -0,0508$ et $\alpha_{\theta d} = 0,523$. Les expressions ainsi établies sont présentées sur la figure 4.7.

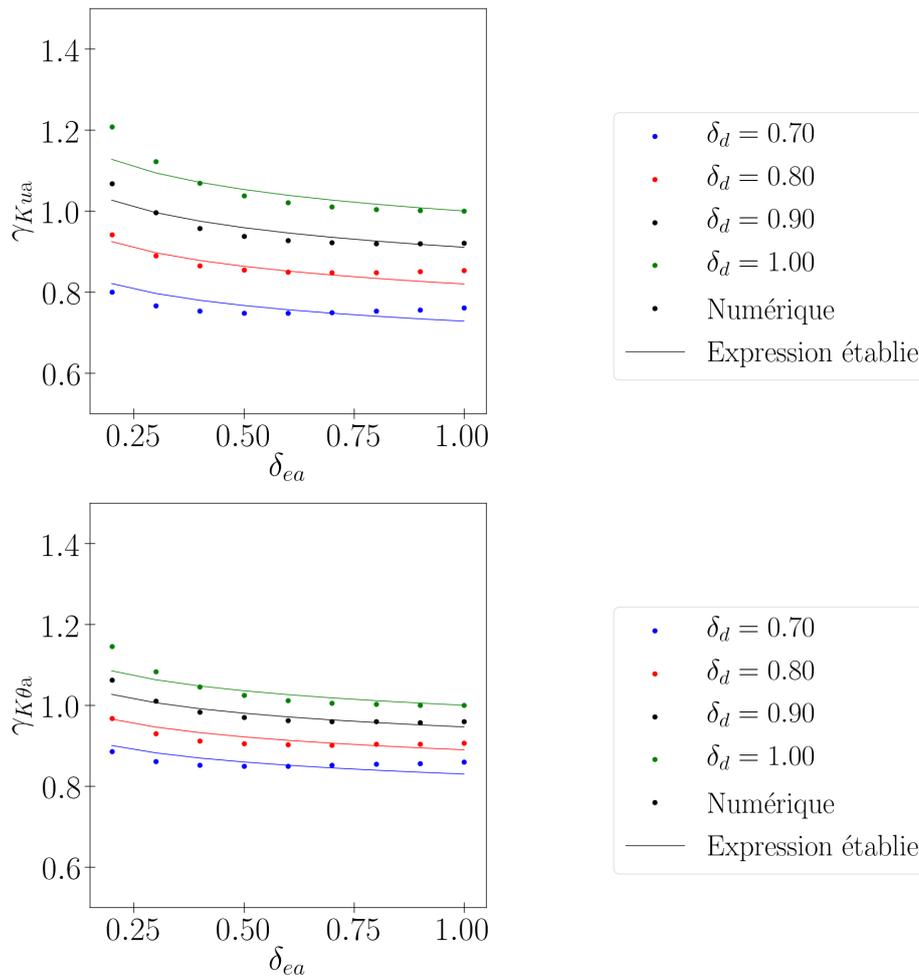


FIGURE 4.7 – Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, expressions établies

4.1.2.4 Modification des propriétés matérielles et du nombre de broches, conséquences sur les facteurs de similitude

A présent, des modifications sont effectuées sur le nombre de broches et le module d'Young longitudinal du bois. Ces modifications concernent aussi bien l'échelle 1 que les échelles réduites. Les figures 4.8 et 4.9 montrent que le module d'Young longitudinal du bois et le nombre de broches ont peu d'influence sur $\gamma_{K_{ua}}$.

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

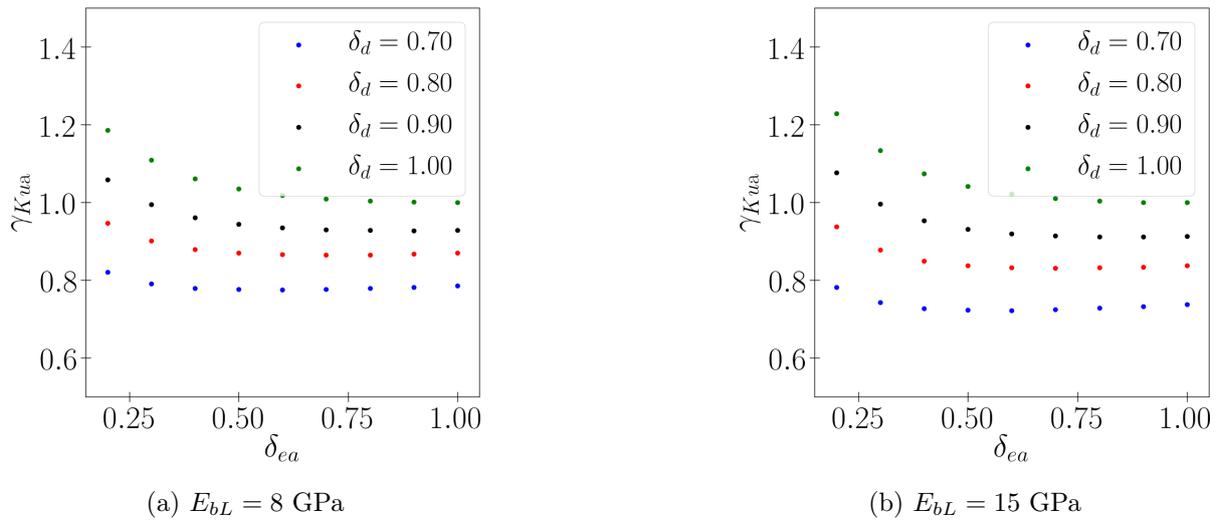


FIGURE 4.8 – Modification du module d'Young longitudinal du bois E_{bL} , conséquences sur $\gamma_{K_{ua}}$

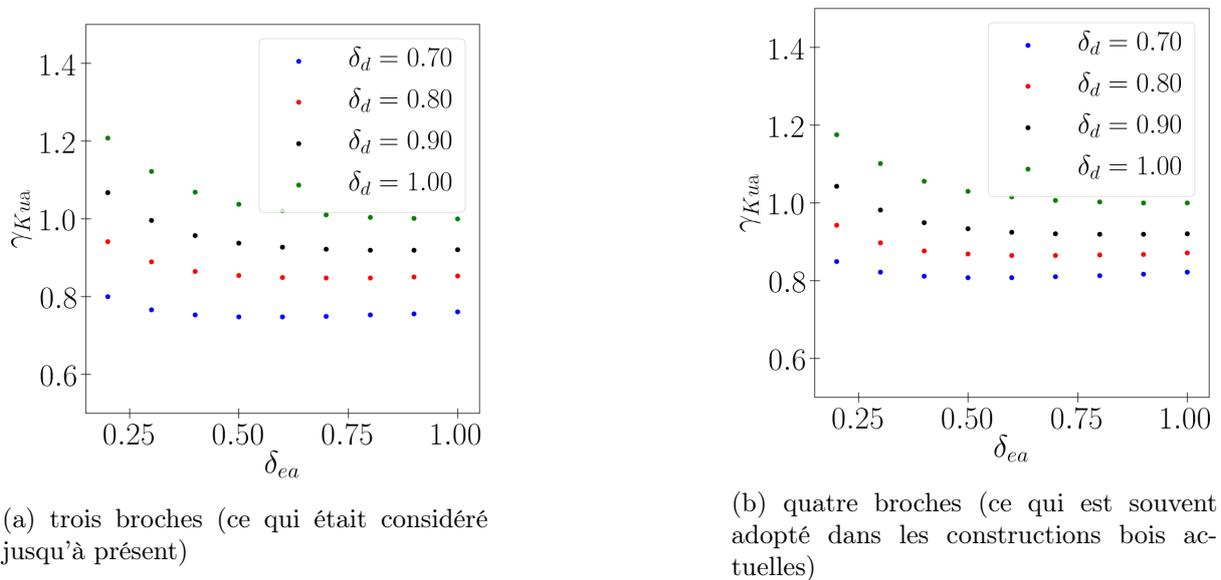


FIGURE 4.9 – Modification du nombre de broches, conséquences sur $\gamma_{K_{ua}}$

4.1.3 Conclusion

Un modèle numérique du comportement élastique des assemblages a été constitué, aux échelles 1, 1/2, 1/3, et comparé à l'expérimental. Les facteurs numériques diffèrent des facteurs analytiques, du fait des distorsions géométriques. L'écart entre le numérique et l'analytique a été caractérisé, pour différentes configurations d'assemblages. Pour cela, une méthode optimisée d'étude paramétrique a été établie, basée sur des coefficients de distorsion. Les écarts obtenus dépendent peu du type de sollicitation (axiale, rotation). Aussi les écarts varient peu lorsqu'on modifie les propriétés matérielles et le nombre de broches. Enfin, un modèle a été proposé pour l'écart numérique / analytique.

Finalement pour les raideurs d'assemblages, on obtient les facteurs de similitude de la façon suivante : si il n'y a pas de distorsions géométriques les méthodes analytiques peuvent être

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

utilisées, dans le cas contraire il convient d'utiliser les facteurs numériques de la partie 4.1.2. Toutefois, les facteurs numériques établis ici sont limités aux assemblages bois / métal, à trois ou quatre broches. Pour d'autres types d'assemblages, les facteurs numériques peuvent être extrapolés, mais des simulations ou essais complémentaires aux échelles 1 et réduite peuvent être utiles.

Pour les efforts maximaux et l'amortissement des assemblages, nous ne disposons pas de résultats numériques. On obtient alors les facteurs par extrapolation des résultats expérimentaux de la partie 2.2. Des essais supplémentaires, aux échelles 1 et réduite, peuvent être nécessaires.

4.2 Modélisation du comportement monotone et cyclique de la structure bois

Un modèle numérique aux éléments finis est constitué pour déterminer le comportement monotone et cyclique de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Pour cela le code de calcul *Opensees* [PEE21] est utilisé. Les comportements calculés sont comparés à ceux obtenus expérimentalement. Ensuite, l'écart entre les facteurs numériques et analytiques est évalué, pour différentes configurations de la structure.

4.2.1 Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental

4.2.1.1 Description du modèle

Le modèle de la structure (*Opensees*, figures 4.10) est bidimensionnel et constitué d'éléments poutres. Expérimentalement, on considère que le déplacement relatif ($u_{A1} - u_{A0}$) est négligeable devant ceux ($u_{A2} - u_{A0}$) et ($u_{A2} - u_{A1}$). Ainsi dans le modèle, les points *A0* et *A1* sont confondus. De la même façon, les points *B0* et *B1* sont confondus pour la structure à deux niveaux. Les propriétés matérielles du modèle sont les mêmes pour chaque échelle, et données dans le tableau 4.3. Les dimensions de la structure sont celles présentées en 2.1.1. A partir de l'épaisseur e et de la largeur l des sections, on retient une aire $S = el$ et une inertie $I = el^3/12$.

Bois, orthotrope		
module d'Young $E_b = E_{bL}$	11 GPa	bois C24 [NE03]
poids volumique γ_b	4,5 kN/m ³	bois résineux [Dan87]
Acier, isotrope		
module d'Young E_a	210 GPa	acier non allié [NE00]
poids volumique γ_a	78,5 kN/m ³	

Tableau 4.3 – Propriétés matérielles des structures, à un ou deux niveaux

Les assemblages sont modélisés par des éléments de taille nulle à trois degrés de liberté : deux translations et une rotation. Les lois de comportement axiale, transversale et rotationnelle

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

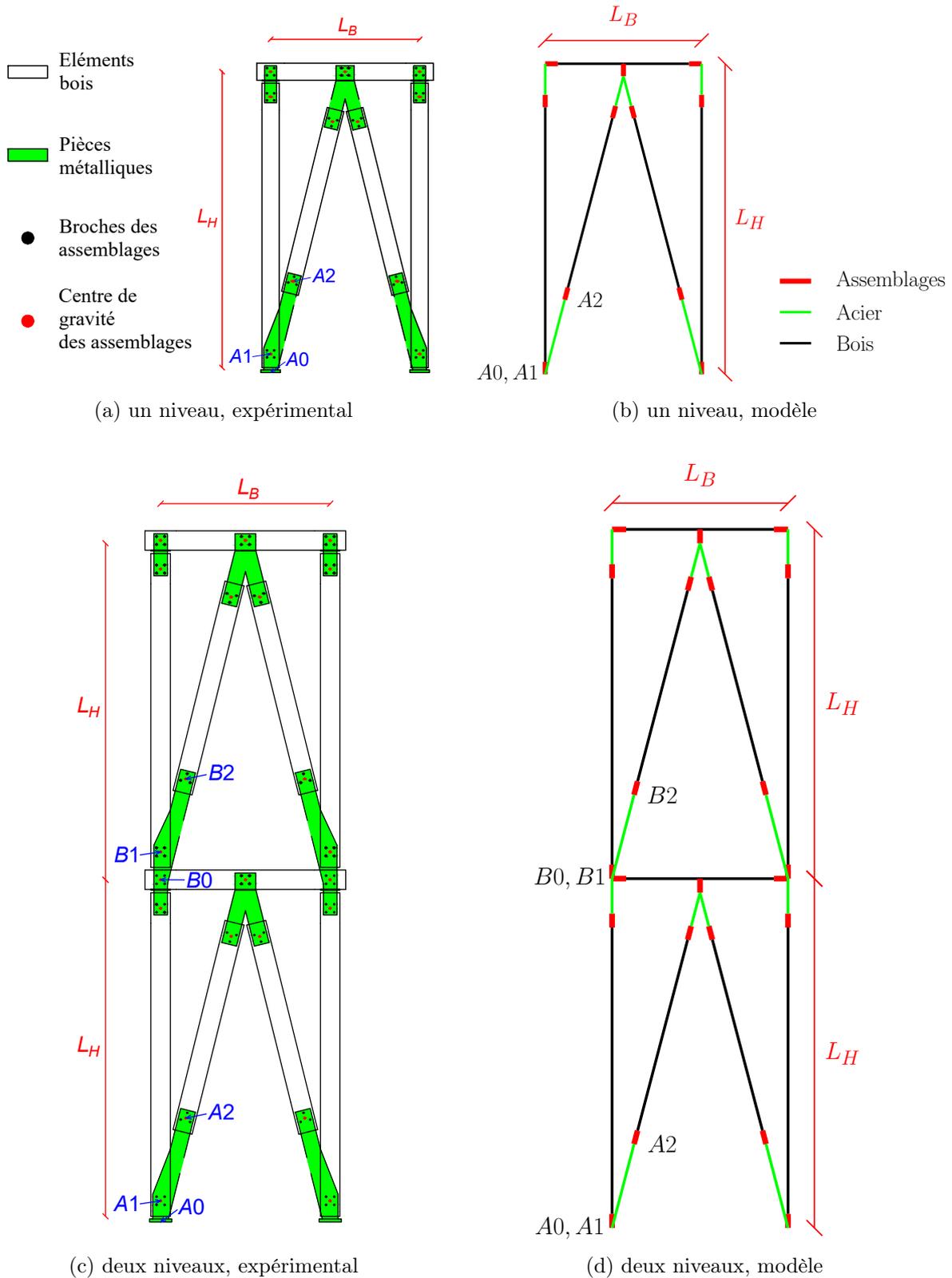


FIGURE 4.10 – Structure modélisée

sont indépendantes, selon l'hypothèse émise en 2.1.3. La structure comporte deux types d'assemblages : les assemblages des diagonales (trois broches), et les assemblages poteaux / poutres (quatre broches). Les caractéristiques de ces assemblages sont définies de la façon suivante.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

— Assemblages dans les diagonales, trois broches :

- Comportements axial et rotationnel : le comportement modélisé est non linéaire et suit le modèle *Saws*. Les raideurs élastiques sont calculées avec *Cast3M* (partie 4.1). Les caractéristiques non linéaires n'ayant pas été déterminées avec *Cast3M*, les valeurs retenues sont celles expérimentales (partie 2.2). Pour l'amortissement hystérétique, des valeurs ont été obtenues avec les essais sur assemblages, mais aussi avec les essais sur la structure (à partir des déplacements et efforts mesurés par les LVDT et jauges de déformation). Les essais sur la structure apportent moins d'informations que les essais sur assemblages, mais elles indiquent des valeurs différentes. Les amortissements finalement retenus sont ceux issus des essais sur la structure.
- Comportement transversal : les assemblages des diagonales sont très peu sollicités en translation transversale. Leur comportement modélisé est pris élastique linéaire, dont la raideur est calculée avec *Cast3M*.

— Assemblages poteaux / poutres, quatre broches :

- Comportements en translation : les assemblages poteaux / poutres sont peu sollicités en translation. Leur comportement modélisé est pris élastique linéaire, dont la raideur est déterminée avec *Cast3M*.
- Comportement rotationnel : le comportement est non linéaire et suit le modèle *Saws*. La raideur élastique est calculée avec *Cast3M*. Pour les caractéristiques non linéaires, les données expérimentales disponibles concernent les assemblages à trois broches. Ce sont donc ces données qui sont prises en compte. Néanmoins pour le moment maximal M_{ma} , on suppose qu'il est proportionnel au nombre de broches. Ainsi pour tenir compte du passage de trois à quatre broches, on multiplie le moment par 4/3.

Les paramètres du modèle de la structure (assemblages, propriétés matérielles, dimensions,...) sont donnés en annexe D.1.1.

4.2.1.2 Calcul du comportement monotone et cyclique

Un déplacement horizontal u_s est imposé en haut de la structure (figure 4.11). Les liaisons au sol sont des articulations. Une charge verticale Q_{ad} est appliquée sur la poutre de chaque niveau, et donnée dans la partie 2.1.1. Une résolution par itérations est effectuée afin de tenir compte de la non-linéarité de comportement des assemblages. En revanche les non-linéarités géométriques (grands déplacements) ne sont pas prises en compte, du fait qu'expérimentalement les déplacements ne dépassent pas 5% des dimensions de la structure. Pour chaque incrément de déplacement u_s , on relève la force au point correspondant : F_s .

Pour une sollicitation monotone, le comportement de la structure est montré à la figure 4.12. La raideur élastique K_s est définie par la pente initiale de la courbe force - déplacement. On

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

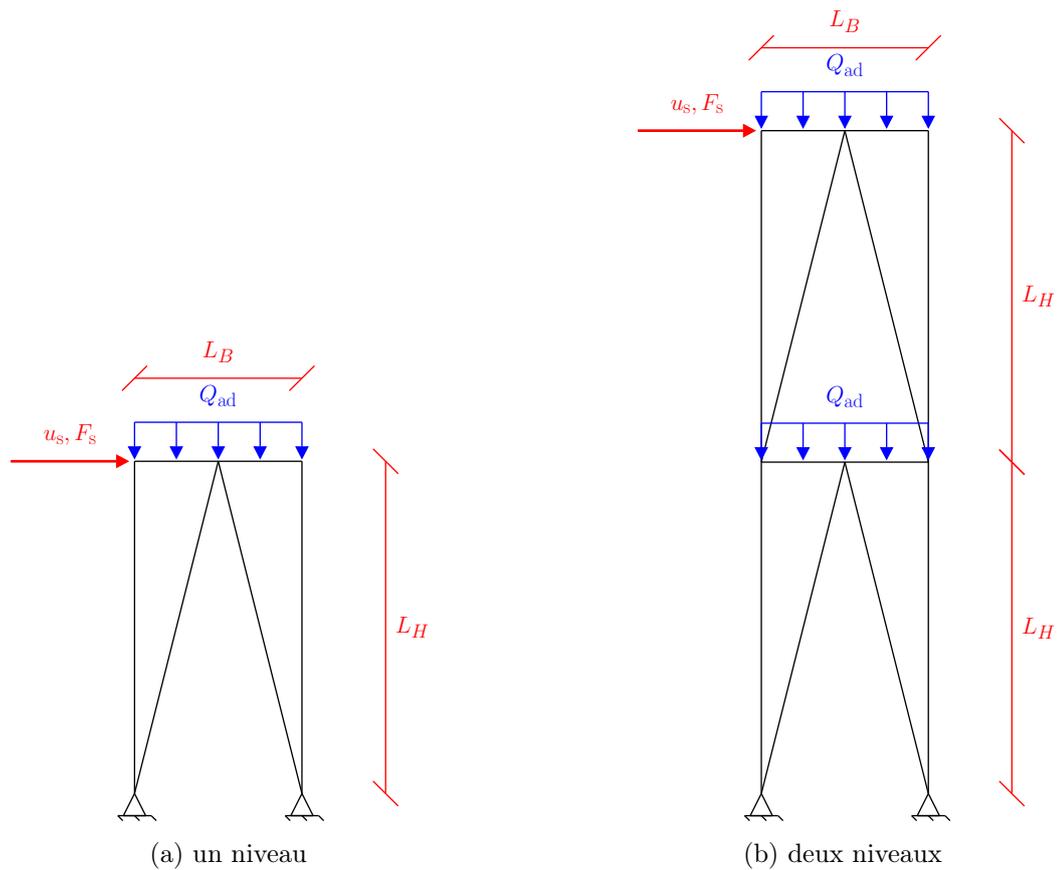


FIGURE 4.11 – Schéma simplifié du modèle de la structure (assemblages non représentés), sollicitation et conditions aux limites

détermine aussi l'extremum (u_{ms}, F_{ms}) de la courbe. La densité de maillage n'a pas d'influence sur le comportement obtenu (annexe D.2).

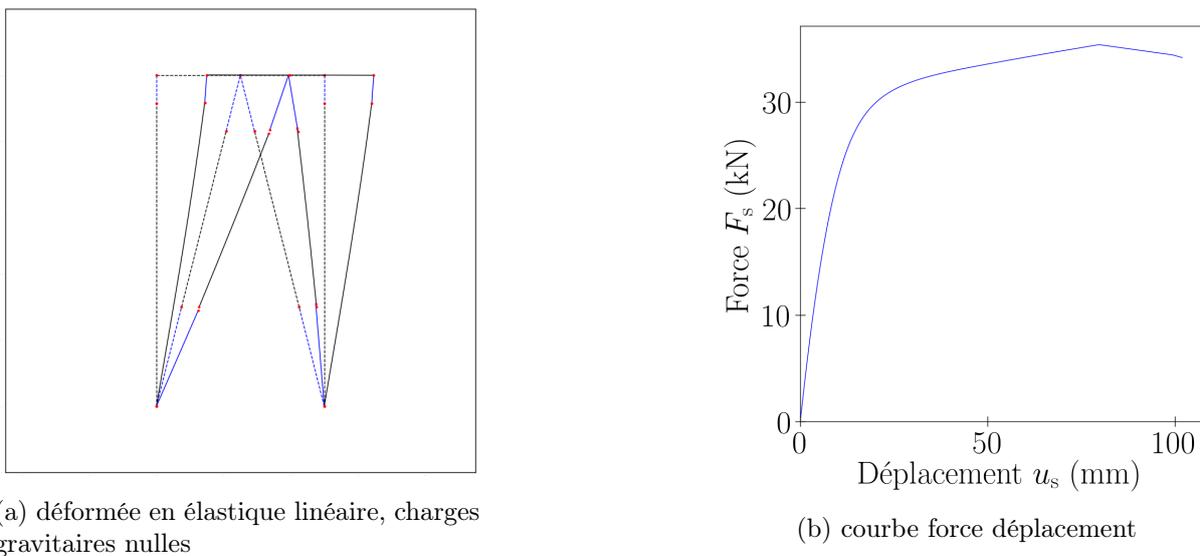


FIGURE 4.12 – Comportement monotone de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

Pour une sollicitation cyclique, le déplacement horizontal u_s évolue suivant la figure 4.13a. L'amplitude adoptée est égale à la première amplitude expérimentale (partie 2.2.3.2). La courbe force - déplacement obtenue est présentée sur la figure 4.13b. A partir de cette courbe, l'amortissement hystérétique ζ_{hs} est déterminé, selon la méthode de la partie 2.2.

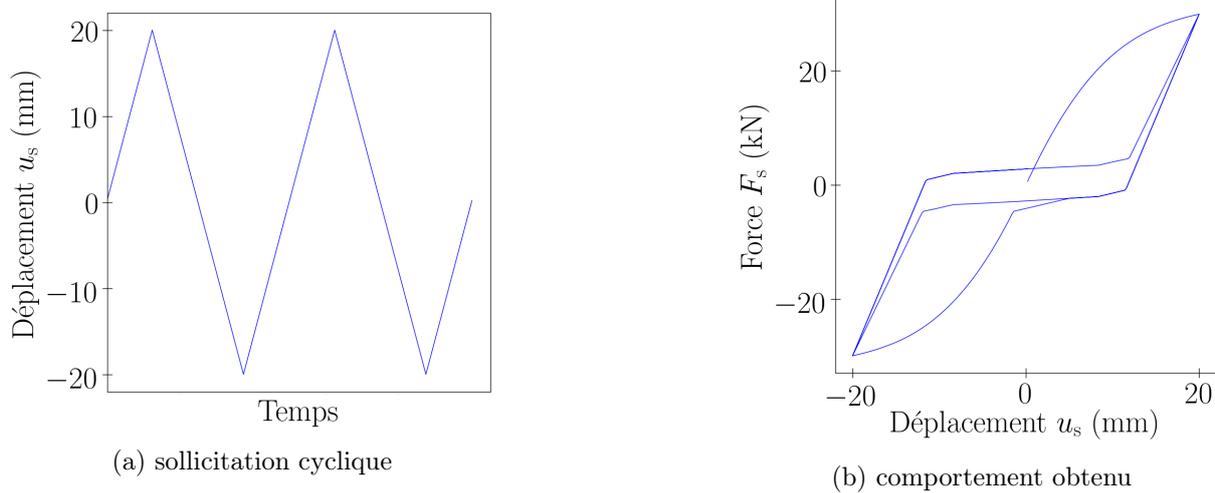


FIGURE 4.13 – Comportement cyclique de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1

4.2.1.3 Comparaison avec l'expérimental

Pour chaque échelle, les comportements monotones et cycliques obtenus numériquement sont comparés à ceux expérimentaux, sur les figures 4.14 et 4.15. Les courbes numériques sont cohérentes avec celles expérimentales.

De même pour les variables d'intérêt, le numérique est comparé à l'expérimental, dans le tableau 4.4 et sur les figures 4.16 à 4.19. Le tableau 4.4 présente aussi l'écart du numérique par rapport à la moyenne expérimentale.

Pour la raideur K_s , les valeurs numériques sont différentes des moyennes expérimentales (tableau 4.4). De plus, les valeurs numériques ne sont pour la plupart pas comprises dans les intervalles de confiance expérimentaux (figure 4.16). L'écart entre le numérique et l'expérimental est dû à d'autres facteurs que la variabilité expérimentale. Les données disponibles actuellement ne suffisent cependant pas à identifier ces phénomènes. Néanmoins, les hypothèses suivantes peuvent être émises.

- La raideur expérimentale dépend de la méthode de calcul utilisée.
- Des défauts peuvent être présents à l'intérieur du bois.
- Le contact bois / broche dans les assemblages peut être incomplet, du fait de jeux de montage. Cela peut faire diminuer la raideur expérimentale de la structure.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

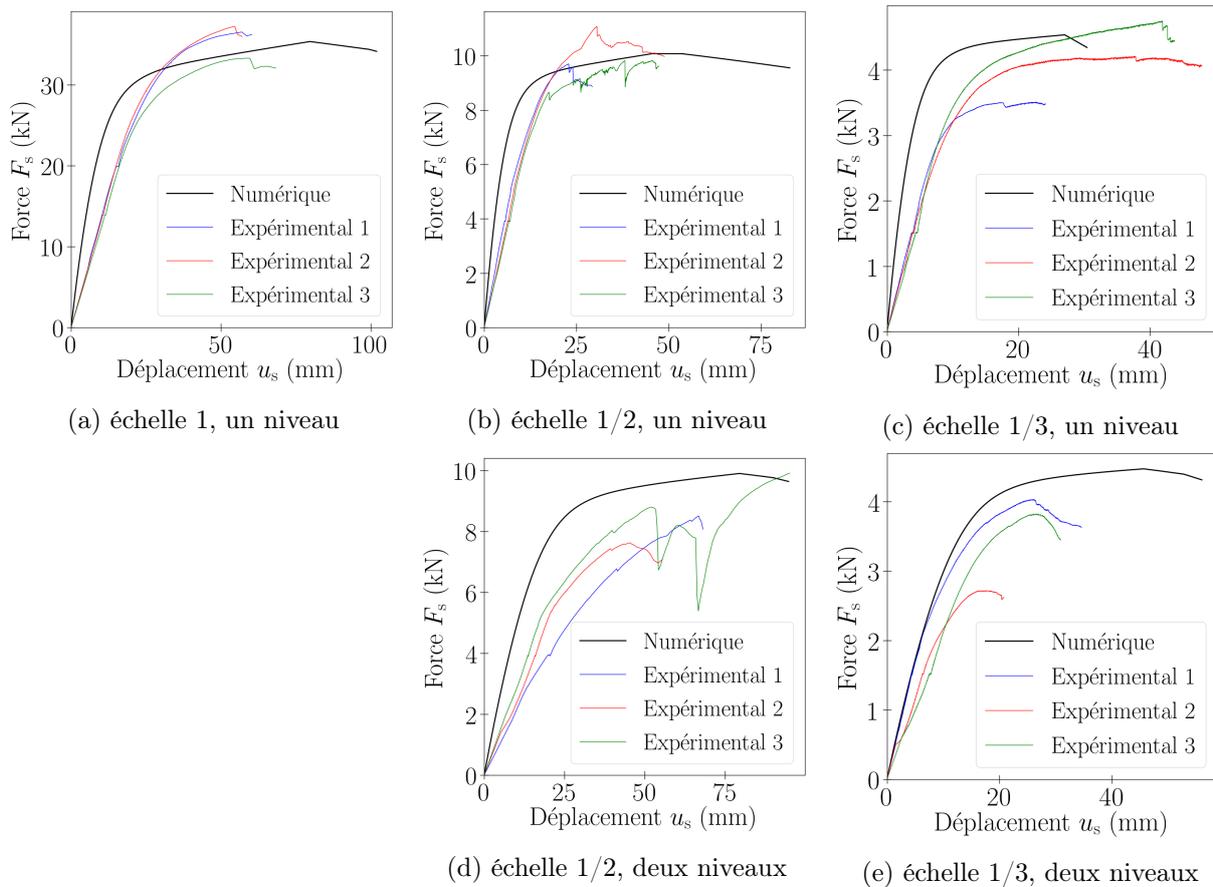


FIGURE 4.14 – Comportement monotone de la structure, expérimental et numérique

A VENIR DANS LA
VERSION FINALE

A VENIR DANS LA
VERSION FINALE

A VENIR DANS LA
VERSION FINALE

(a) échelle 1, un niveau

(b) échelle 1/2, un niveau

(c) échelle 1/3, un niveau

FIGURE 4.15 – Comportement cyclique de la structure, expérimental et numérique

— Sur la phase initiale de l'essai, où est obtenue la raideur expérimentale, les assemblages peuvent ne pas être sollicités dans le domaine élastique.

Pour la force maximale F_{ms} et l'amortissement ζ_{hs} , les valeurs numériques sont proches des moyennes expérimentales. De plus, les valeurs numériques sont comprises dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figures 4.17 et 4.18). On peut raisonnablement considérer que l'écart entre le numérique et l'expérimental est principalement dû à la variabilité.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

Echelle 1, un niveau				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	3,29 kN/mm	35,4 kN	79,7 mm	0,0435
Moyenne expérimentale	1,29 kN/mm	35,7 kN	56,8 mm	0,0373
Ecart relatif (%)	154	0,925	40,4	16,6
Echelle 1/2, un niveau				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	1,67 kN/mm	10,1 kN	45,9 mm	0,0615
Moyenne expérimentale	0,632 kN/mm	10,2 kN	30,5 mm	0,0405
Ecart relatif (%)	164	1,1	50,4	52,1
Echelle 1/3, un niveau				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	1,11 kN/mm	4,54 kN	27 mm	0,0455
Moyenne expérimentale	0,377 kN/mm	4,16 kN	34 mm	0,0426
Ecart relatif (%)	194	9,2	20,6	6,66
Echelle 1, deux niveaux				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	1,12 kN/mm	34,7 kN	143 mm	0,0269
Moyenne expérimentale	Pas d'essais réalisés			
Ecart relatif (%)				
Echelle 1/2, deux niveaux				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	0,57 kN/mm	9,91 kN	79,5 mm	0,0374
Moyenne expérimentale	0,245 kN/mm	8,69 kN	69,2 mm	Pas d'essais réalisés
Ecart relatif (%)	133	14	14,8	
Echelle 1/3, deux niveaux				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	0,381 kN/mm	4,47 kN	45,6 mm	0,0276
Moyenne expérimentale	0,254 kN/mm	3,53 kN	23,5 mm	Pas d'essais réalisés
Ecart relatif (%)	49,9	26,9	93,7	

Tableau 4.4 – Comportement monotone et cyclique de la structure, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale

Pour le déplacement u_{ms} , aux échelles réduites, les valeurs numériques sont comprises dans les intervalles de confiance expérimentaux (figure 4.19). Donc on ne peut pas exclure que l'écart entre le numérique et l'expérimental soit dû à la variabilité.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

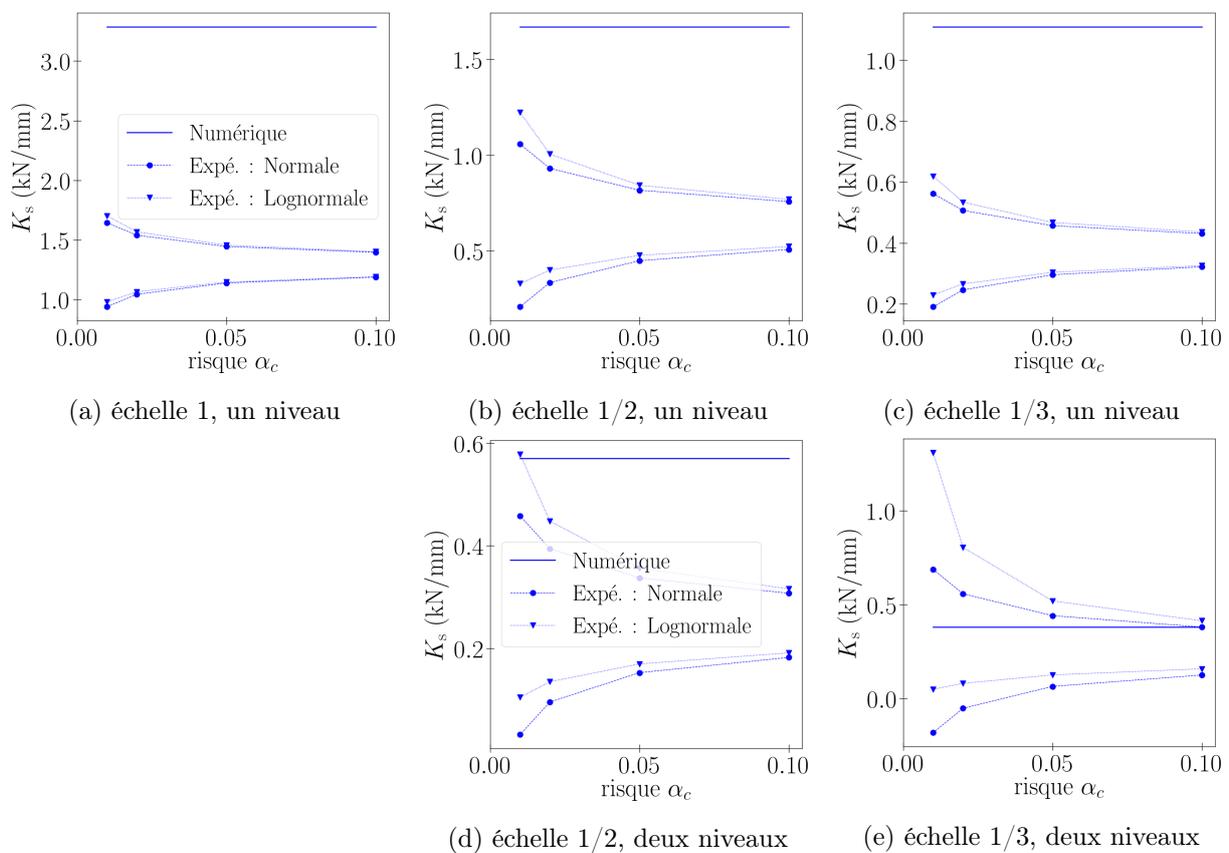


FIGURE 4.16 – Raideur K_s , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

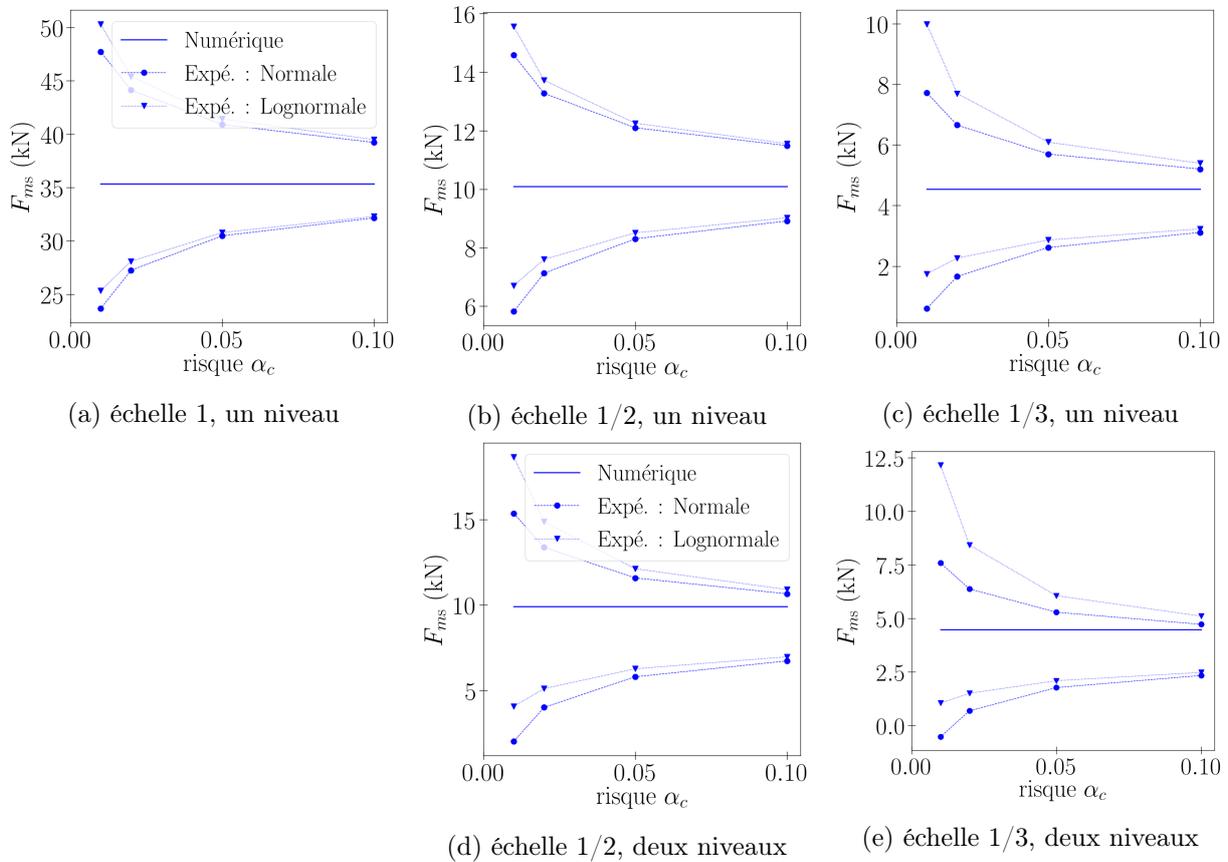


FIGURE 4.17 – Force F_{ms} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

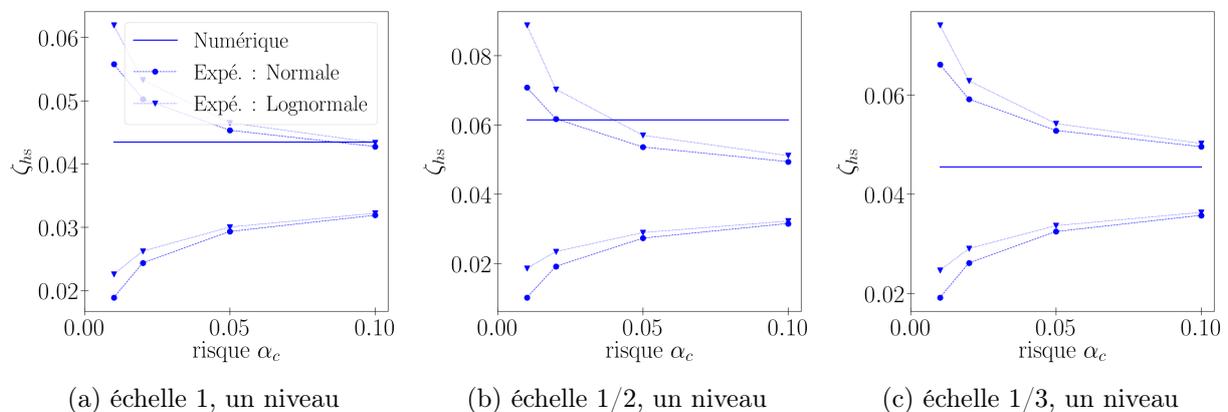


FIGURE 4.18 – Amortissement ζ_{hs} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

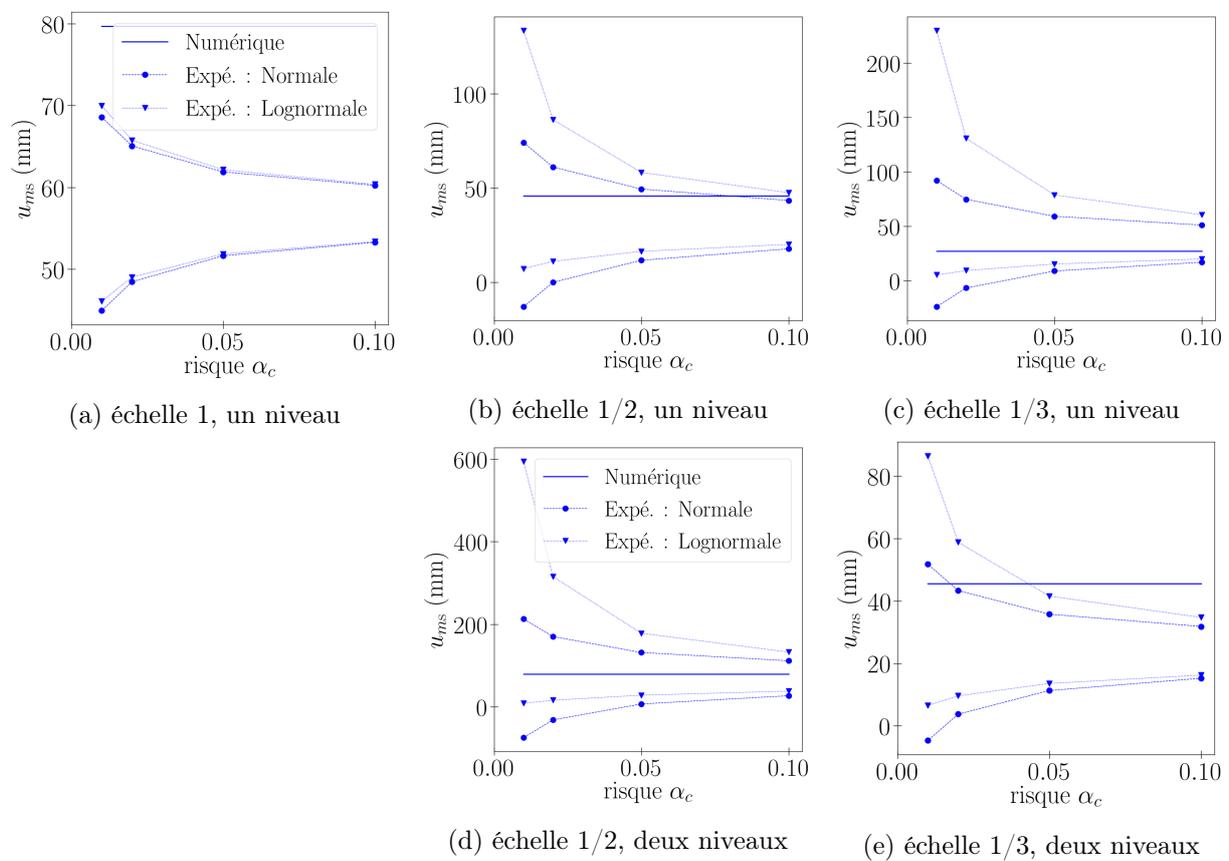


FIGURE 4.19 – Déplacement u_{ms} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

4.2.2 Exploitation du modèle pour étudier les facteurs de similitude numériques

A présent, on étudie les facteurs de similitude sur la relation force - déplacement monotone et l'amortissement hystérétique de la structure. Il s'agit d'évaluer l'écart entre les facteurs numériques et analytiques, pour différentes configurations de la structure aux trois échelles.

Tout d'abord une configuration sans distorsions est modélisée. Cette configuration est conforme aux conditions de similitude imposées par les méthodes analytiques. En vérifiant que les facteurs obtenus numériquement correspondent à ceux estimés analytiquement, les méthodes analytiques peuvent être validées. Puis c'est la configuration réelle (partie 4.2.1) qui est considérée. On évalue l'écart entre les facteurs numériques et analytiques. Ensuite, des modifications sont effectuées sur la géométrie, les propriétés matérielles, les sections, et les assemblages. De nouveau, l'écart entre le numérique et l'analytique est évalué.

4.2.2.1 Relation force - déplacement monotone

On souhaite déterminer le facteur de similitude sur la force, pour l'ensemble de la courbe force - déplacement. Pour les trois échelles de la structure, différentes configurations sont étudiées.

— Configuration sans distorsions :

Il s'agit d'une configuration dans laquelle les paramètres vérifient les conditions de similitude ((3.70a) à (3.70e), partie 3.2.2). Aussi, les paramètres adimensionnels des assemblages sont conservés par changement d'échelle. De cette façon d'après *DA*, les équations (3.69c) et (3.69e) sur les raideurs sécantes sont complètement vérifiées. Cette configuration sans distorsions est détaillée en annexe *D.1.2*.

Le facteur sur la force, λ_{F_s} , est obtenu selon les deux approches suivantes (figure 4.20).

- Dans l'approche numérique, des valeurs $\lambda_{F_s}^\bullet$ sont obtenues directement à partir des courbes numériques force - déplacement. En fixant le facteur λ_{us} , une valeur $\lambda_{F_s}^\bullet$ est obtenue pour chaque déplacement de l'échelle 1 ($u_s^{(F)}$). Le facteur λ_{us} a été établi dans la partie 3.2, avec la relation (3.70f) : $\lambda_{us} = \lambda_{F_{ma}}/\lambda_{K_{ua}}$. Seulement ici pour $\lambda_{F_{ma}}$ et $\lambda_{K_{ua}}$, on se base sur les paramètres du modèle numérique. Les facteurs sont notés $\lambda_{F_{ma}}^\circ$ et $\lambda_{K_{ua}}^\circ$, et donnés en annexe *D.1.2* (tableau *D.13*).
- Selon l'approche analytique (partie 3.2.2), une valeur $\lambda_{F_s}^\circ$ est estimée par la relation (3.70g) : $\lambda_{F_s}^\circ = \lambda_{F_{ma}}^\circ$.

Les valeurs λ_{F_s} issues des différentes approches sont données sur la figure 4.21. L'écart entre les valeurs numériques et analytiques est nul. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par λ_{us} et $\lambda_{F_s}^\circ$, alors la courbe « projetée » résultante correspond à celle de l'échelle 1 (figure 4.22). Cette comparaison permet de valider la méthode analytique établie en 3.2.2.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

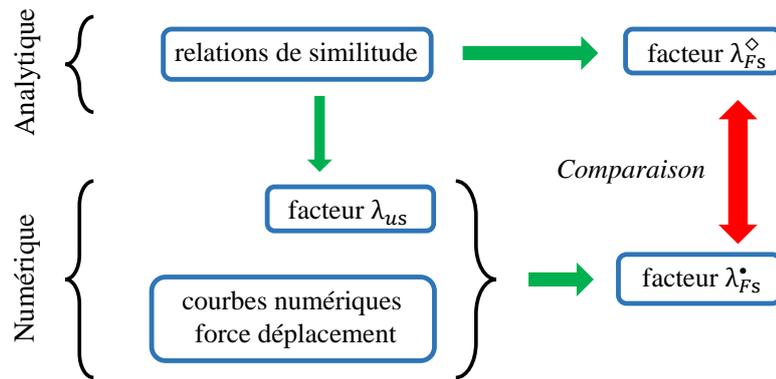
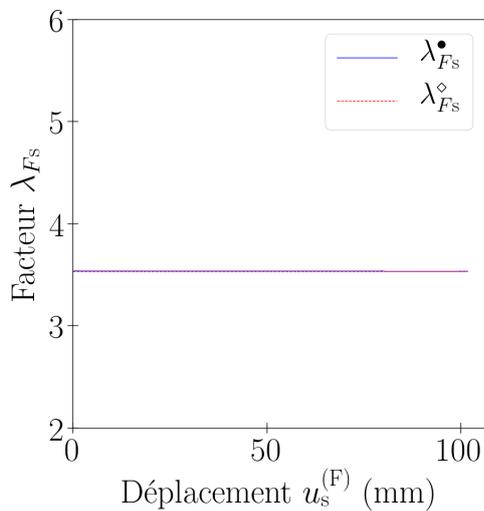
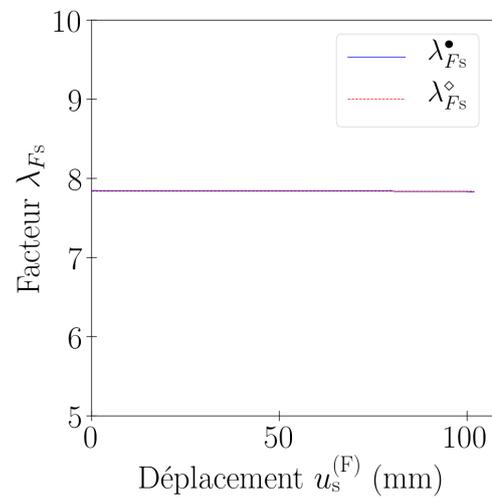


FIGURE 4.20 – Facteur λ_{Fs} , principe de comparaison des approches numérique et analytique

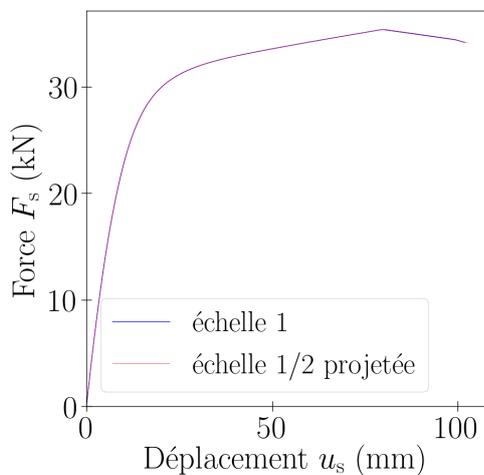


(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau

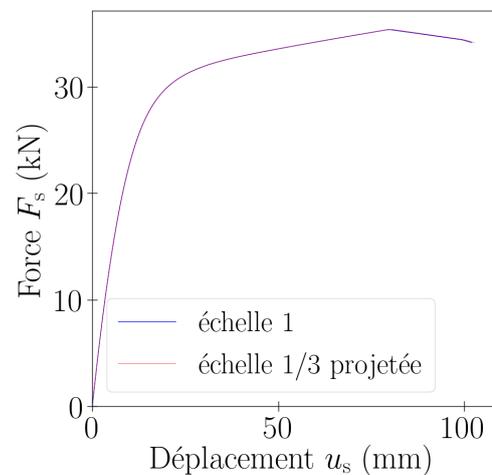


(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau

FIGURE 4.21 – Configuration sans distorsions de la structure, facteur λ_{Fs}



(a) échelle 1/2 projetée et échelle 1, structure à un niveau



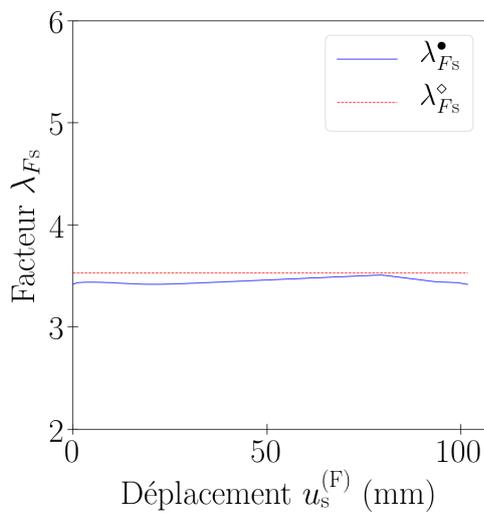
(b) échelle 1/3 projetée et échelle 1, structure à un niveau

FIGURE 4.22 – Configuration sans distorsions de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1

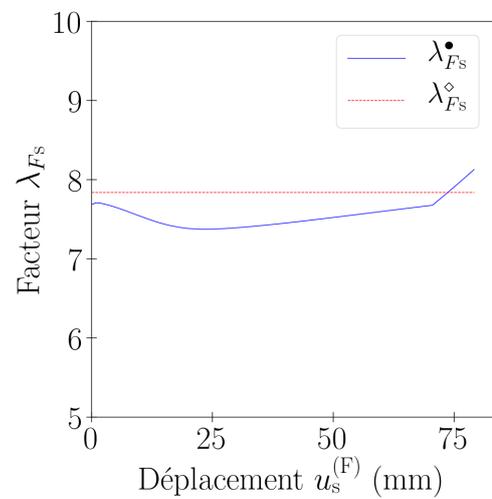
4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

— Configuration réelle :

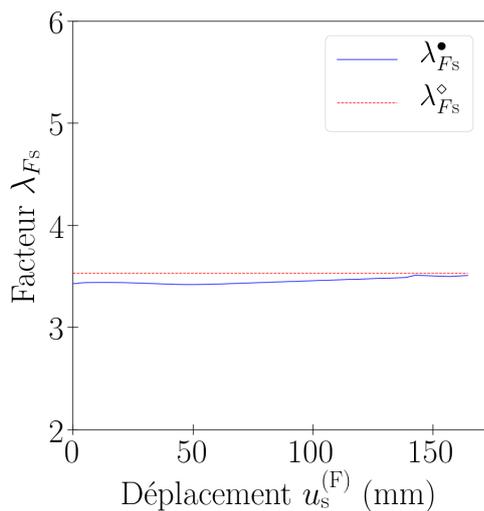
Il s'agit de la configuration réelle de la structure (partie 4.2.1). Les paramètres ne vérifient pas complètement les conditions de similitude. Pour le facteur λ_{Fs} , des valeurs numériques et analytiques sont obtenues (figure 4.23), selon la démarche détaillée précédemment. L'écart entre l'analytique et le numérique est faible. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par λ_{us} et λ_{Fs}° , alors la courbe « projetée » résultante avoisine celle de l'échelle 1 (figure 4.24). Un écart faible signifie que les erreurs sur les conditions de similitude sont faibles et / ou concernent des paramètres peu influents.



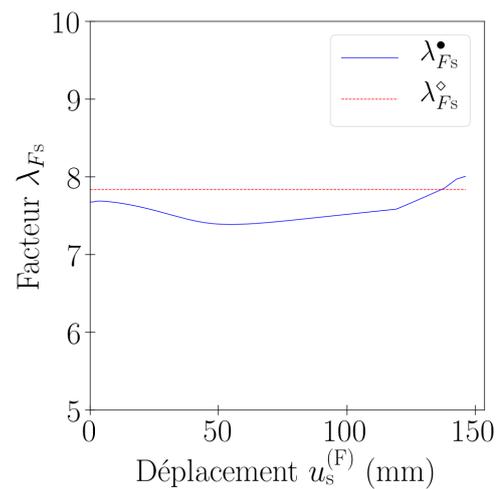
(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau



(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau



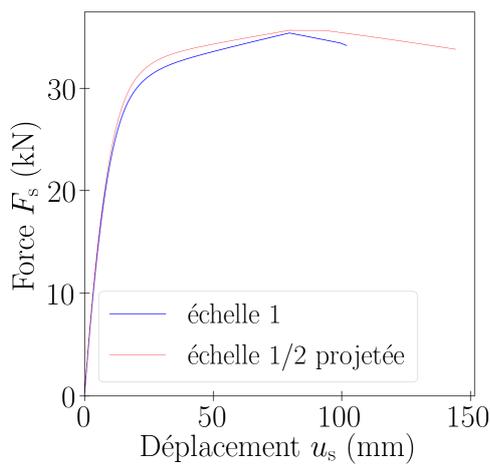
(c) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à deux niveaux



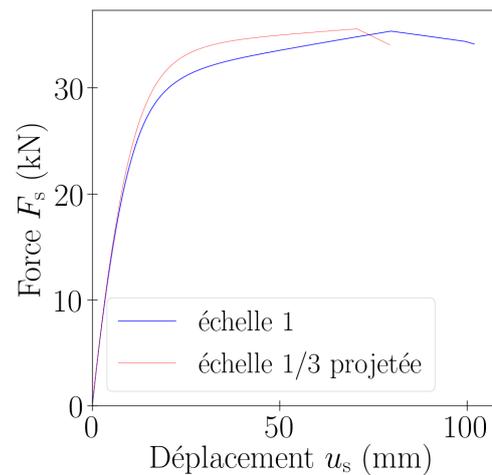
(d) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à deux niveaux

FIGURE 4.23 – Configuration réelle de la structure, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{Fma}^\circ$

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS



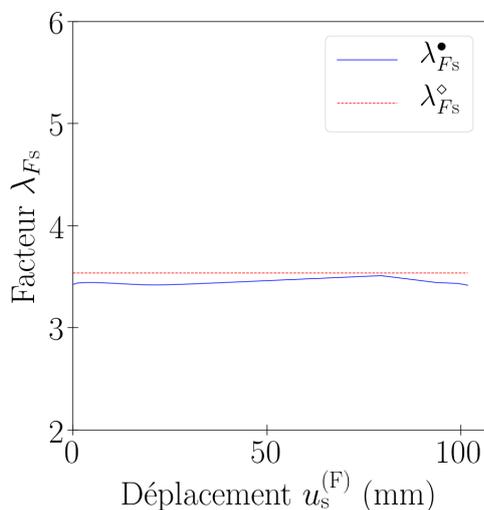
(a) échelle 1/2 projetée et échelle 1, structure à un niveau



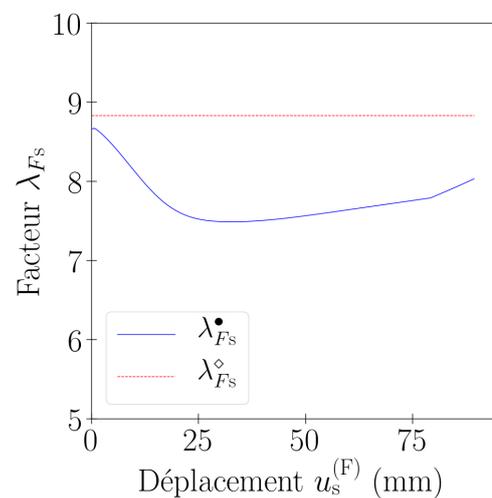
(b) échelle 1/3 projetée et échelle 1, structure à un niveau

FIGURE 4.24 – Configuration réelle de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1

Pour rappel, le facteur sur le déplacement est $\lambda_{us} = \lambda_{F_{ma}}^{\circ} / \lambda_{K_{ua}}^{\circ}$ et le facteur analytique sur la force est $\lambda_{F_s}^{\circ} = \lambda_{F_{ma}}^{\circ}$. Si en revanche le facteur sur le déplacement est $\lambda_{us} = \lambda_{uma}^{\circ}$ et le facteur analytique sur la force est $\lambda_{F_s}^{\circ} = \lambda_{K_{ua}}^{\circ} \lambda_{uma}^{\circ}$, alors l'écart analytique / numérique augmente considérablement (figure 4.25). Cette observation conforte le choix initial des facteurs de similitude.



(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau



(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau

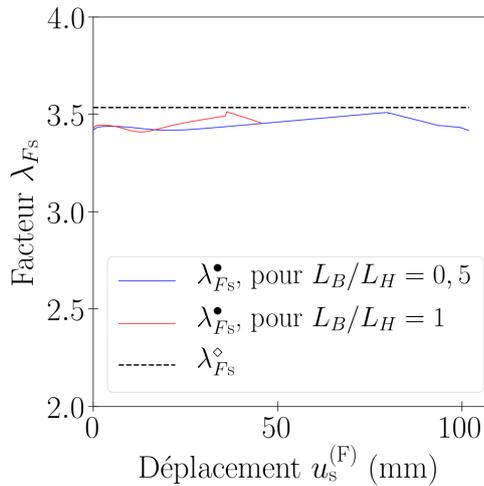
FIGURE 4.25 – Configuration réelle de la structure, facteur λ_{F_s} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{uma}^{\circ}$, $\lambda_{F_s}^{\circ} = \lambda_{K_{ua}}^{\circ} \lambda_{uma}^{\circ}$

— Modification de la géométrie et des propriétés matérielles :

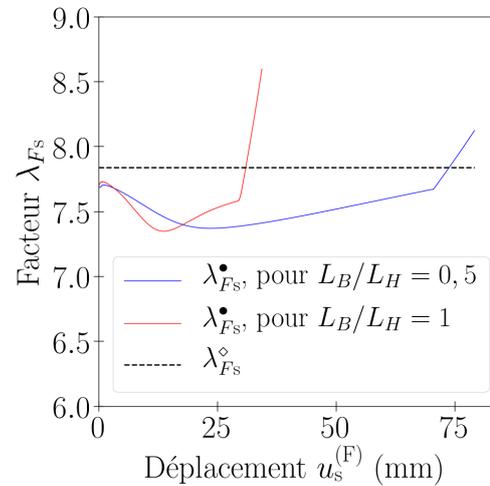
A présent, des modifications sont effectuées sur la géométrie et les propriétés matérielles, pour les trois échelles de la structure. Les figures 4.26 et 4.27 montrent qu'en modifiant

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

le rapport L_B/L_H (figure 4.10) ou le module du bois E_b , l'écart entre les facteurs λ_{F_s} numériques et analytiques reste faible.

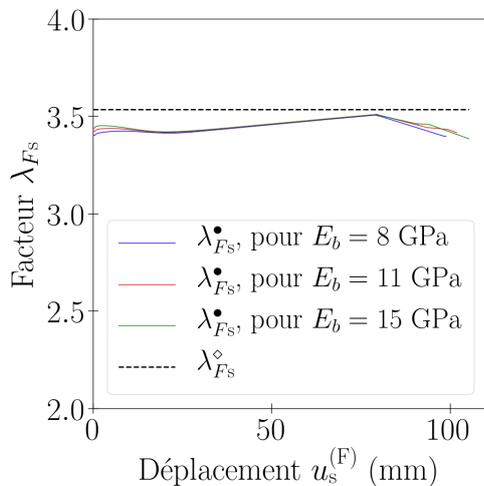


(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau

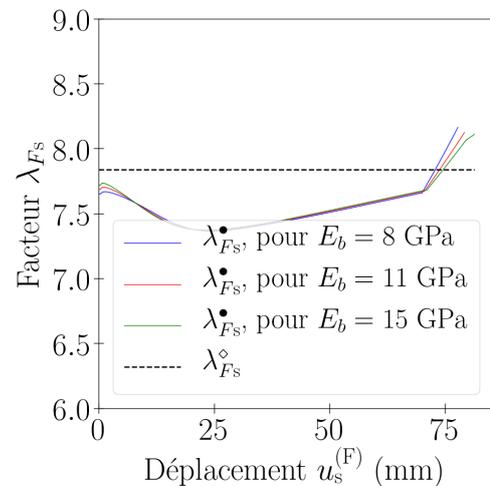


(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau

FIGURE 4.26 – Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur λ_{F_s}



(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau



(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau

FIGURE 4.27 – Modification du module d'Young E_b du bois, facteur λ_{F_s}

— Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages :

Des modifications sont effectuées sur les assemblages et les sections d'éléments, pour les échelles réduites uniquement. A l'échelle 1, ces paramètres sont inchangés.

- L'épaisseur e_a des pièces métalliques n'est désormais pas diminuée à l'échelle réduite. Une telle situation pourrait être rencontrée par de futurs expérimentateurs, pour des contraintes pratiques.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

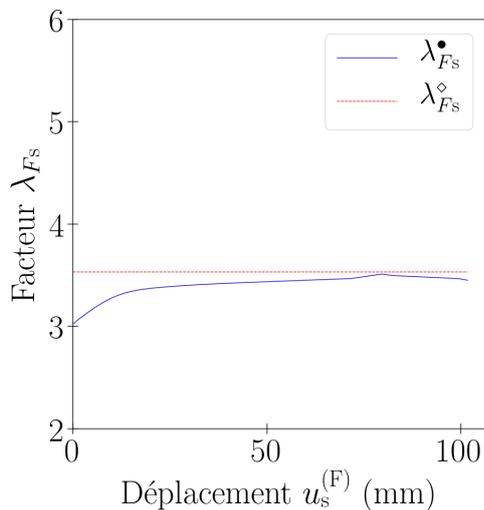
- La longueur t de contact bois / broche est inchangée, donc l'épaisseur des éléments bois $e_b = e_a + 2t$ diffère de celle initiale.
- Le comportement des assemblages dépend de l'épaisseur des pièces métalliques, donc il diffère de celui initial. Les raideurs sont calculées avec *Cast3M*. Les caractéristiques non linéaires sont issues des seules données expérimentales disponibles.

Finalement, les facteurs relatifs aux sections et aux raideurs d'assemblages sont donnés dans le tableau 4.5. Ils comportent des distorsions importantes, par rapport à la condition de similitude (3.70b) (partie 3.2.2).

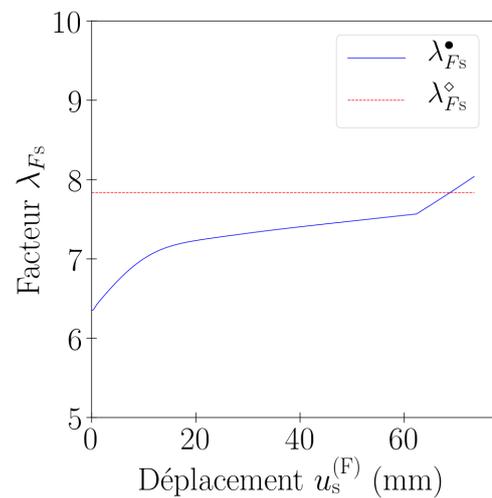
	entre échelles 1 et 1/2	entre échelles 1 et 1/3
λ_{ea}°	1	
λ_{eb}°	1,68	2,18
λ_{Kua}° (assemblages des diagonales)	2,24	3,38

Tableau 4.5 – Modification des facteurs sur les sections et raideurs d'assemblages

Pour le facteur λ_{Fs} (figure 4.28), l'écart entre l'analytique et le numérique est significatif, en particulier dans le domaine linéaire (pour des valeurs $u_s^{(F)}$ faibles). Cela est dû aux distorsions importantes dans les sections et raideurs d'assemblages.



(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau

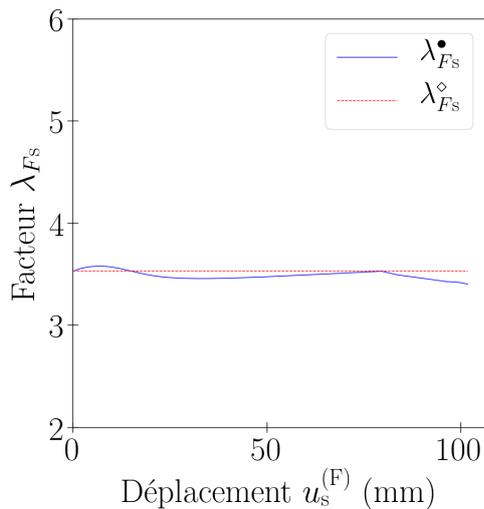


(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau

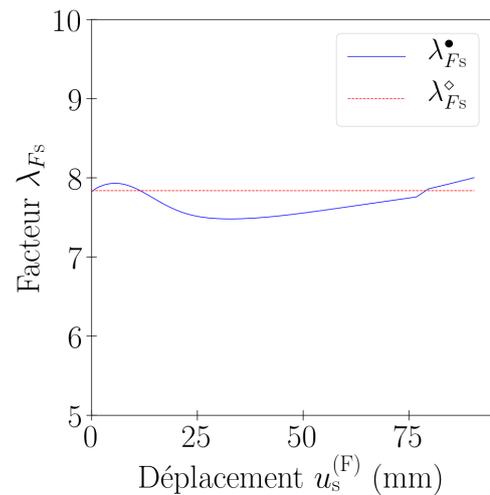
FIGURE 4.28 – Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{Fma}^\circ$

Néanmoins, si on adopte un facteur $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Ks}^\bullet$, au lieu de $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$ comme précédemment, alors pour λ_{Fs} l'écart analytique / numérique diminue nettement (figure 4.29). λ_{Ks}^\bullet est le facteur sur la raideur de la structure, déterminé numériquement.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS



(a) facteur entre échelles 1 et 1/2, structure à un niveau



(b) facteur entre échelles 1 et 1/3, structure à un niveau

FIGURE 4.29 – Distorsions dans les sections et raideurs d’assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Ks}^\bullet$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{Fma}^\circ$

En conclusion, le facteur de similitude sur la force a été étudié pour différentes configurations de la structure. Pour une configuration sans distorsions, les facteurs numériques correspondent à ceux analytiques, ainsi les méthodes analytiques sont validées. Pour la configuration réelle, l’écart entre les facteurs numériques et analytiques est faible, autrement dit les méthodes analytiques restent acceptables. La même constatation est obtenue lorsqu’on modifie les propriétés matérielles et la géométrie de la structure, aux trois échelles. Cependant, lorsque des distorsions importantes sont introduites dans les sections et raideurs d’assemblages, l’écart analytique / numérique devient comme attendu élevé. Pour réduire cet écart, il est nécessaire de déterminer le facteur sur la raideur de la structure.

4.2.2.2 Amortissement hystérétique

Il s’agit d’étudier le facteur de l’amortissement hystérétique de la structure. Pour les trois échelles de la structure, différentes configurations sont étudiées.

— Configuration sans distorsions :

Dans cette configuration (annexe D.1.2), les paramètres de la structure et la sollicitation u_s vérifient les conditions de similitude (3.70a) à (3.70f). Le facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$ sur l’amortissement hystérétique de la structure est obtenu selon les deux façons suivantes.

- Selon l’approche numérique, une valeur $\lambda_{\zeta_{hs}}^\bullet$ est calculée à partir des courbes numériques force - déplacement.
- Dans l’approche analytique (partie 3.2.4), une valeur $\lambda_{\zeta_{hs}}^\circ$ est estimée par la relation de similitude (3.89) : $\lambda_{\zeta_{hs}}^\circ = \lambda_{\zeta_{ha}}^\circ$, avec ici $\lambda_{\zeta_{ha}}^\circ = 1$.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

Les deux approchent aboutissent à la même valeur $\lambda_{\zeta hs} = 1$, pour la structure à un niveau, quelles que soient les échelles considérées. Ainsi la méthode analytique établie en 3.2.4 est validée.

— Configuration réelle :

Il s'agit de la configuration réelle de la structure et de la sollicitation (partie 4.2.1). Des facteurs $\lambda_{\zeta hs}$ numériques et analytiques sont obtenus (tableau 4.6), selon la démarche précédente. Le numérique est très proche de l'analytique. Cela signifie que les phénomènes suivants sont peu impactant :

- Les paramètres de la structure et la sollicitation u_s ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.70a) à (3.70f) (partie 3.2.2). Par conséquent, les relations (3.88) ne sont pas complètement vérifiées. Il en est donc de même pour (3.89).
- Dans la relation (3.89), le facteur sur l'amortissement des assemblages ($\lambda_{\zeta ha}$) est supposé indépendant de la sollicitation. Or cela n'est pas complètement le cas dans le modèle numérique.

	$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$		$\lambda_{\zeta hs}^\circ$
	structure à un niveau	structure à deux niveaux	
entre échelles 1 et 1/2	0,707	0,719	0,706
entre échelles 1 et 1/3	0,956	0,975	0,947
entre échelles 1/2 et 1/3	1,35	1,36	1,34

Tableau 4.6 – Configuration réelle de la structure, facteur $\lambda_{\zeta hs}$

— Modification de la géométrie et des propriétés matérielles :

A présent, la géométrie et les propriétés matérielles sont modifiées, aux trois échelles de la structure. D'après les tableaux 4.7 et 4.8, l'écart entre les facteurs $\lambda_{\zeta hs}$ numériques et analytiques reste faible lorsqu'on modifie le rapport L_B/L_H (figure 4.10) ou le module du bois E_b .

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

	$E_b = 8 \text{ GPa}$	$E_b = 11 \text{ GPa}$ (configuration réelle)	$E_b = 15 \text{ GPa}$
Facteur entre échelles 1 et 1/2			
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,708	0,707	0,697
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,706		
Facteur entre échelles 1 et 1/3			
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,972	0,956	0,961
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,947		
Facteur entre échelles 1/2 et 1/3			
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	1,37	1,35	1,38
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	1,34		

Tableau 4.7 – Modification du module d'Young E_b du bois, facteur $\lambda_{\zeta hs}$, structure à un niveau

	$L_B/L_H = 0,5$ (configuration réelle)	$L_B/L_H = 1$
Facteur entre échelles 1 et 1/2		
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,707	0,738
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,706	
Facteur entre échelles 1 et 1/3		
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,956	0,999
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,947	
Facteur entre échelles 1/2 et 1/3		
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	1,35	1,35
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	1,34	

Tableau 4.8 – Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur $\lambda_{\zeta hs}$, structure à un niveau

4.2.3 Conclusion

Tout d'abord, un modèle numérique du comportement monotone et cyclique de la structure a été constitué, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Le modèle a été comparé à l'expérimental. Ensuite, l'écart entre les facteurs numériques et analytiques a été évalué, pour différentes configurations de la structure aux trois échelles.

Les facteurs ont été étudiés pour la relation force - déplacement monotone et l'amortissement hystérétique. Pour la configuration réelle, l'écart entre les facteurs numériques et analytiques est faible, autrement dit les méthodes analytiques restent acceptables. Le même constat est obtenu lorsqu'on modifie les propriétés matérielles et la géométrie de la structure aux trois échelles. En revanche, lorsque des distorsions importantes sont introduites dans les sections et raideurs d'assemblages, l'écart analytique / numérique devient significatif. Pour réduire cet écart, il est nécessaire de déterminer le facteur sur la raideur de la structure.

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

Finalement, les facteurs sur le comportement monotone et cyclique de la structure peuvent être déterminés de la façon suivante : les méthodes analytiques peuvent être utilisées si il y a peu de distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, dans le cas contraire il faut déterminer le facteur sur la raideur de la structure.

4.3 Modélisation du comportement dynamique de la structure

A partir du modèle numérique (*Opensees*) de la partie 4.2, le comportement dynamique de la structure est déterminé, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Le modèle est d'abord comparé à l'analyse modale expérimentale. Des relations de similitude ont été proposées en dynamique, au chapitre 3. Des facteurs de similitude peuvent être issus de ces relations. Ils permettent de prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Néanmoins des erreurs de prévision peuvent se produire entre le comportement prévu et celui « réel ». Le modèle numérique est alors utilisé pour évaluer et interpréter ces erreurs de prévision.

4.3.1 Comparaison du modèle avec l'analyse modale expérimentale, puis calcul du comportement dynamique

Le modèle est comparé à l'analyse modale expérimentale (partie 2.3.2), puis on étudie comment se comporte la structure en situation sismique.

4.3.1.1 Analyse modale

On souhaite comparer le modèle numérique à l'analyse modale expérimentale. Pour cela, les propriétés modales du modèle sont déterminées. Une masse additionnelle m_{ad} est attribuée sur la poutre de chaque niveau, et donnée dans la partie 2.1.1. La masse des éléments bois et acier est prise en compte. Des modes de vibration sont obtenus, chacun associé à une fréquence propre f et une déformée modale. Cette dernière est définie par un vecteur propre $\vec{\Phi}$. Aussi pour chaque mode, on définit la masse modale effective relative $\tilde{m}^{(rel)}$ [Irv13]. Elle représente la contribution du mode au déplacement global de la structure, dans une direction donnée. La masse $\tilde{m}_i^{(rel)}$ d'un mode i est calculée par

$$\tilde{m}_i^{(rel)} = \frac{1}{m_{tot}} \frac{\left(\vec{\Phi}_i \mathbf{M} \vec{U}\right)^2}{\vec{\Phi}_i \mathbf{M} \vec{\Phi}_i} \quad (4.9)$$

m_{tot} est la masse totale de la structure, \mathbf{M} est la matrice de masse, et \vec{U} est le vecteur d'influence lié à la sollicitation. En considérant une sollicitation horizontale répartie, les composantes de \vec{U} sont égales à 1 pour les déplacements horizontaux, et 0 pour les autres déplacements / rotations. Notons que $\tilde{m}^{(rel)}$ ne dépend pas de la normalisation des vecteurs propres. Enfin, $\tilde{m}^{(rel)}$ mesurant une contribution relative, elle vérifie

$$\sum_i \tilde{m}_i^{(rel)} = 1 \quad (4.10)$$

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

Les propriétés modales sont présentées dans les tableaux 4.9 et 4.10. Les observations sont les suivantes.

- D’après le tableau 4.9, la fréquence du premier mode est proche de celle donnée par l’expression

$$f^{(\text{th})} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s}{m_{\text{ad}}}} \quad (4.11)$$

K_s est la raideur élastique de la structure (numérique, partie 4.2).

- D’après le tableau 4.10, seul le premier mode contribue significativement au comportement dynamique, dans le cas d’une sollicitation horizontale répartie.
- Pour chaque échelle, la déformée du premier mode est très proche de celle statique (figure 4.12a, partie 4.2).

D’après les trois observations précédentes, la structure à un niveau se comporte comme un système masse / ressort à un degré de liberté, tel qu’il est considéré dans la partie 3.3.3.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Equation (4.11)	7,45	10,6	13
Mode 1	7,41	10,6	13
Mode 2	30	42,7	52,3
Mode 3	32,4	46,3	56,8

Tableau 4.9 – Fréquences propres f (Hz) de la structure à un niveau, simulations numériques

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Mode 1	0,98	0,985	0,987
Modes 2 à 5	inférieures à 1 %		

Tableau 4.10 – Masses modales effectives $\tilde{m}^{(\text{rel})}$ de la structure à un niveau, simulations numériques

A présent, le modèle numérique est comparé à l’expérimental. Pour les fréquences propres du premier mode, le tableau 4.11 montre que les valeurs numériques sont proches de celles expérimentales (partie 2.3.2). Ensuite, le numérique est comparé à l’expérimental par rapport à la déformée du premier mode. Pour cela, les valeurs MAC sont calculées entre le numérique et l’expérimental, selon l’équation (2.37) de la partie 2.3.2. Les valeurs MAC obtenues sont très proches de 1 (tableau 4.12), on en déduit que le numérique est proche de l’expérimental. Enfin dans le modèle numérique, la prédominance du premier mode est cohérente avec les observations expérimentales.

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Numérique	7,41	10,6	13
Moyenne expérimentale	7,07	∅	14,2

Tableau 4.11 – Fréquence f (Hz) du premier mode de la structure à un niveau, comparaison entre le numérique et l'expérimentation (« ∅ » : données expérimentales non exploitables)

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Numérique et éprouvette 7	∅	∅	0,987
Numérique et éprouvette 8	0,977	∅	∅
Numérique et éprouvette 9	0,977	∅	0,983

Tableau 4.12 – Déformée du premier mode de la structure à un niveau, valeurs MAC entre le numérique et l'expérimental (« ∅ » : données expérimentales non exploitables)

4.3.1.2 Détermination du comportement sous une sollicitation sismique

Une fois le modèle comparé à l'expérimental, il s'agit de déterminer comment se comporte la structure en situation sismique. Une accélération $a(t)$ est appliquée à la base de la structure. A l'échelle 1, l'accélérogramme attribué (figure 4.30a) est un signal sismique de Guadeloupe, amplifié 3,5 fois pour mobiliser le comportement non linéaire assemblages. Un amortissement visqueux réduit $\zeta_v = 3\%$ [EF18] est attribué à la structure, pour les trois échelles. La matrice d'amortissement est définie par un amortissement de type *Rayleigh*. Celui-ci vérifie la relation [GGG18]

$$\mathbf{C} = \alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K} \quad (4.12)$$

\mathbf{M} est la matrice de masse, \mathbf{K} est la matrice de rigidité, et α_r, β_r sont des coefficients à définir.

Pour la structure à un niveau, on souhaite avoir $\zeta_v = 3\%$ sur le premier mode uniquement, du fait que celui-ci est prédominant. Ainsi, avec f et $\vec{\Phi}$ la fréquence et le vecteur propre du premier mode, les coefficients α_r, β_r doivent vérifier une seule équation :

$$\zeta_v = \frac{\vec{\Phi} \mathbf{C} \vec{\Phi}}{4\pi f (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})} = \frac{\vec{\Phi} (\alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K}) \vec{\Phi}}{4\pi f (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})} \quad (4.13)$$

On peut donc fixer $\beta_r = 0$, puis α_r est donné par

$$\zeta_v = \frac{\alpha_r (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})}{4\pi f (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})} = \frac{\alpha_r}{4\pi f} \Leftrightarrow \alpha_r = 4\pi f \zeta_v \quad (4.14)$$

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

Pour la structure à deux niveaux, on souhaite avoir $\zeta_v = 3\%$ sur les deux premiers modes. En notant f_i et $\vec{\Phi}_i$ la fréquence et le vecteur propre du mode i , les coefficients α_r, β_r doivent vérifier :

$$\left\{ \begin{aligned} \zeta_v &= \frac{\vec{\Phi}_1 \mathbf{C} \vec{\Phi}_1}{4\pi f_1 (\vec{\Phi}_1 \mathbf{M} \vec{\Phi}_1)} = \frac{\vec{\Phi}_1 (\alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K}) \vec{\Phi}_1}{4\pi f_1 (\vec{\Phi}_1 \mathbf{M} \vec{\Phi}_1)} = \frac{\alpha_r}{4\pi f_1} + \beta_r \pi f_1 & (4.15a) \\ \zeta_v &= \frac{\vec{\Phi}_2 \mathbf{C} \vec{\Phi}_2}{4\pi f_2 (\vec{\Phi}_2 \mathbf{M} \vec{\Phi}_2)} = \frac{\vec{\Phi}_2 (\alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K}) \vec{\Phi}_2}{4\pi f_2 (\vec{\Phi}_2 \mathbf{M} \vec{\Phi}_2)} = \frac{\alpha_r}{4\pi f_2} + \beta_r \pi f_2 & (4.15b) \end{aligned} \right.$$

d'où

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_r &= 4\pi \frac{\zeta_v f_1 f_2}{f_1 + f_2} & (4.16a) \\ \beta_r &= \frac{1}{\pi} \frac{\zeta_v}{f_1 + f_2} & (4.16b) \end{aligned} \right.$$

En utilisant le schéma d'intégration de *Newmark* (celui d'accélération moyenne), la réponse dynamique de la structure est obtenue sur les figures 4.30b et 4.30c.

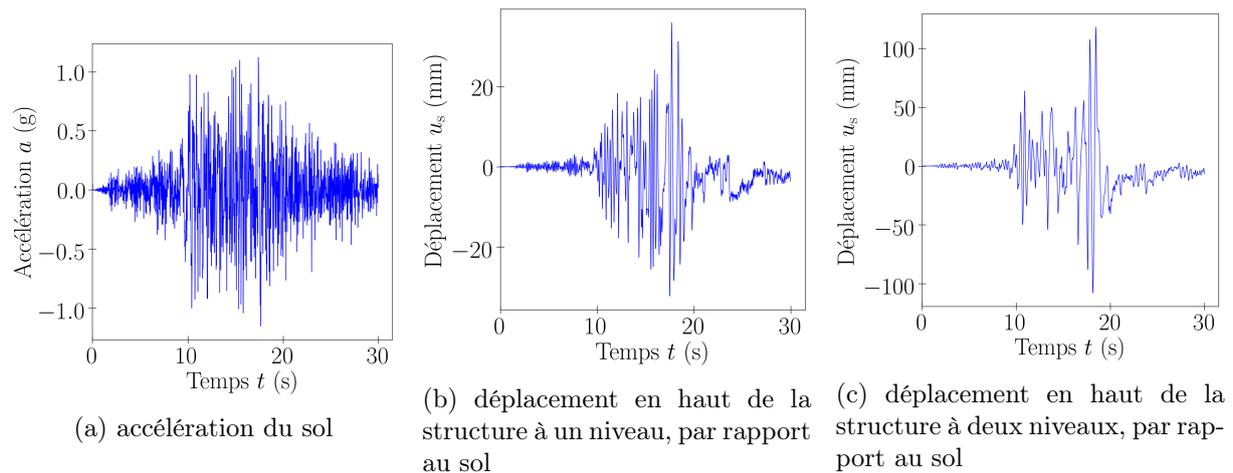


FIGURE 4.30 – Sollicitation et comportement dynamique de la structure, simulation numérique, échelle 1

4.3.2 Exploitation du modèle pour évaluer les erreurs de prévision du comportement dynamique

Des relations de similitude ont été proposées en dynamique, au chapitre 3. Des facteurs de similitude peuvent être issus de ces relations. Ils permettent de prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Des erreurs de prévision peuvent se produire entre le comportement prévu et celui réel. Le modèle numérique est utilisé pour évaluer les erreurs de prévision. Pour les trois échelles de la structure, une configuration sans distorsions est d'abord modélisée. En vérifiant que l'erreur de prévision soit nulle, les relations de similitude peuvent être validées. Puis c'est la configuration réelle (partie 4.3.1) qui est considérée. Pour les facteurs de similitude sur la sollicitation et la réponse, plusieurs choix sont considérés. Chacun de ces choix définit une loi de similitude. Les erreurs de prévision du comportement, associées aux différentes lois, sont

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

comparées. Enfin, des modifications sont attribuées à la géométrie et aux propriétés matérielles de la structure, aux différentes échelles. Les erreurs de prévision sont de nouveau évaluées.

4.3.2.1 Configuration sans distorsions

Dans cette configuration (annexe D.1.2), les paramètres de la structure vérifient les conditions de similitude (équations (3.118a) à (3.118g), partie 3.3.2).

Concernant la sollicitation, les facteurs sont λ_t pour le temps et λ_a pour l'accélération. Ces facteurs sont issus des relations de similitude (3.118h) et (3.118i) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_a = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{mad}} \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_a \lambda_{Kua}}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (4.17a) \\ (4.17b) \end{array}$$

Ici, les facteurs λ_{Fma} , λ_{Kua} , λ_{mad} sont relatifs aux paramètres du modèle numérique, ils sont notés λ_{Fma}° , λ_{Kua}° , λ_{mad}° , et donnés en annexe D.1.2. L'accélérogramme à l'échelle réduite (figure 4.31a) est alors obtenu à partir de celui à l'échelle 1, de la façon suivante :

- les accélérations a sont réduites d'un facteur λ_a ,
- le temps t est comprimé par un facteur λ_t .

Concernant la réponse, les facteurs sont λ_t pour le temps et λ_u pour le déplacement. Ce dernier est déduit des relations de similitude (3.118j) et (3.118k), soit :

$$\lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \quad (4.18)$$

Le comportement dynamique est calculé à l'échelle réduite (figure 4.31b). Ensuite sur la réponse à l'échelle réduite, le temps t et le déplacement u_s sont multipliés par leurs facteurs de similitude respectifs. On obtient ainsi la réponse prévue de l'échelle 1 (figure 4.31c). Parallèlement, le comportement dynamique à l'échelle 1 est calculé numériquement. Il est alors possible d'évaluer l'erreur de prévision, par les facteurs de similitude, du comportement à l'échelle 1. On constate que l'erreur de prévision est presque nulle. Cela permet de valider les relations de similitude établies en 3.3.2.

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

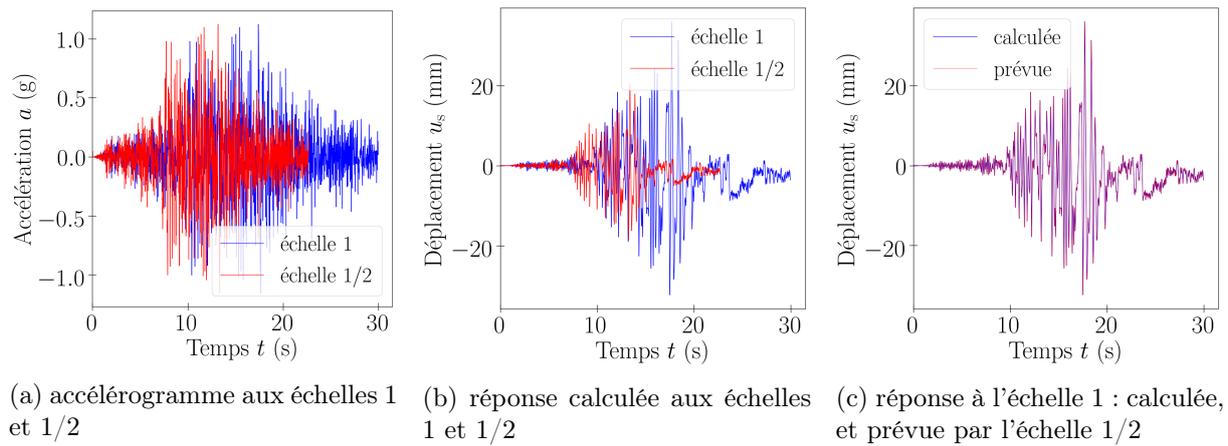


FIGURE 4.31 – Prédiction de la réponse dynamique de la structure à un niveau, application

4.3.2.2 Configuration réelle

Il s'agit de la configuration réelle de la structure. Les paramètres ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.118a) à (3.118g).

Pour déterminer les facteurs sur la sollicitation et la réponse $(\lambda_t, \lambda_a, \lambda_{us})$, on choisit d'utiliser les relations de similitude (3.123) (partie 3.3.3). Pour rappel, ces relations considèrent le comportement monotone et cyclique de chaque niveau de la structure, au lieu de ses propriétés locales (dimensions, assemblages,...). Plus particulièrement, ces relations (3.123) intègrent les facteurs $\lambda_{us}, \lambda_{Fs}$ du comportement monotone. Pour les valeurs $\lambda_{us}, \lambda_{Fs}$, on utilise les expressions analytiques (3.70f) et (3.70g) (partie 3.2) : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$ et $\lambda_{Fs} = \lambda_{Fma}^\circ$. La loi de similitude résultante (dite loi 0) est présentée au tableau 4.13. C'est cette loi qui est considérée dans un premier temps. Les lois alternatives 1 et 2 (tableau 4.13) seront considérées ultérieurement.

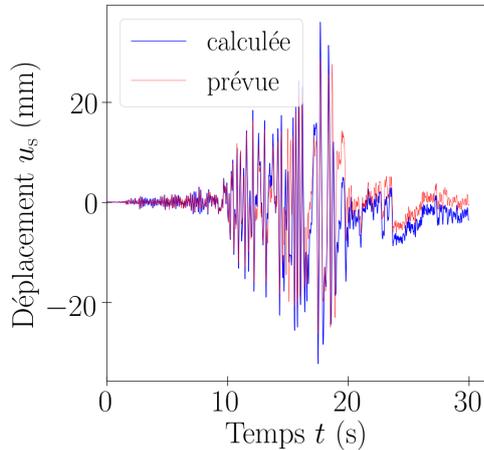
	Loi 0, issue des relations (3.123) et $\lambda_{Fs} = \lambda_{Fma}^\circ, \lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$	Loi 1, issue des relations (3.123) et $\lambda_{Fs} = \lambda_{Kua}^\circ \lambda_{uma}^\circ, \lambda_{us} = \lambda_{uma}^\circ$	Loi 2, issue de la littérature (partie 3.3.1.1)
facteurs entre échelles 1 et 1/2			
λ_t	1,41	1,41	$\sqrt{2} \approx 1,414$
λ_a	0,883	0,884	1
λ_{us}	1,75	1,75	2
facteurs entre échelles 1 et 1/3			
λ_t	1,73	1,73	$\sqrt{3} \approx 1,732$
λ_a	0,871	0,981	1
λ_{us}	2,61	2,94	3

Tableau 4.13 – Lois de similitude considérées pour le comportement dynamique : facteurs associés

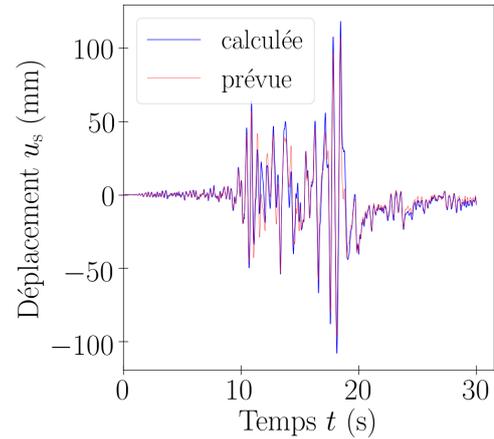
L'erreur de prédiction du comportement à l'échelle 1 est évaluée, sur la figure 4.32. L'erreur est aussi évaluée pour la réponse maximale en déplacement u_s .

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

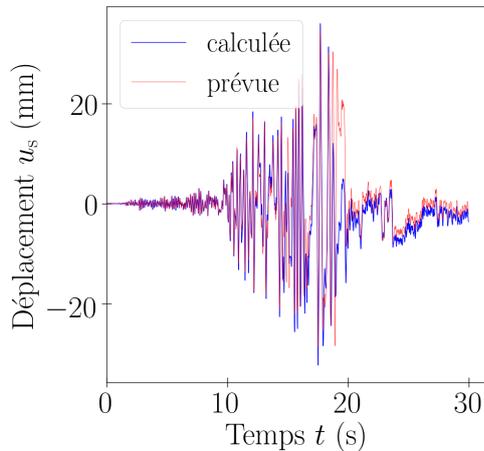
- En utilisant l'échelle 1/2, l'erreur est de : 21 % pour la structure à un niveau, 11 % pour la structure à deux niveaux.
- En utilisant l'échelle 1/3, l'erreur est de : 4 % pour la structure à un niveau, 12 % pour la structure à deux niveaux.



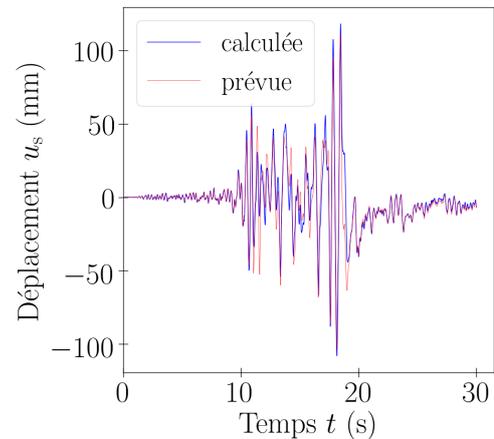
(a) calculée, et prévue par l'échelle 1/2 avec la loi θ (tableau 4.13), (structure à un niveau)



(b) calculée, et prévue par l'échelle 1/2 avec la loi θ , (structure à deux niveaux)



(c) calculée, et prévue par l'échelle 1/3 avec la loi θ , (structure à un niveau)



(d) calculée, et prévue par l'échelle 1/3 avec la loi θ , (structure à deux niveaux)

FIGURE 4.32 – Réponse dynamique à l'échelle 1

L'erreur de prévision est relativement faible pour l'échelle 1/3, mais significative pour l'échelle 1/2. Cette erreur est probablement due à l'amortissement hystérétique ζ_{hs} : le facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$ n'est pas égal à 1, comme imposé par la condition (3.123a). Cela est plus prononcé pour l'échelle 1/2 que pour l'échelle 1/3. En effet, le facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$ vaut, d'après l'expression (3.89) (partie 3.2) : $\lambda_{\zeta_{hs}}^{\diamond} = \lambda_{\zeta_{ha}}^{\diamond} = 0,706$ pour l'échelle 1/2, et $\lambda_{\zeta_{hs}}^{\diamond} = \lambda_{\zeta_{ha}}^{\diamond} = 0,947$ pour l'échelle 1/3. C'est pourquoi l'erreur de prévision est plus importante pour l'échelle 1/2 que pour l'échelle 1/3.

A présent, les lois de similitude alternatives 1 et 2 sont considérées (tableau 4.13), en plus de celle θ (initiale). La loi 1 est aussi basée sur les relations (3.123), mais sur des expressions

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

différentes de $\lambda_{us}, \lambda_{Fs}$. La loi 2 est issue de la littérature (*Acceleration Based*, partie 3.3.1.1). Les erreurs de prévision sont données au tableau 4.14, selon la loi de similitude utilisée. Les erreurs sont globalement plus élevées pour les lois 1 et 2 que pour la loi 0. Cela montre que la loi de similitude 0 est celle optimale.

		en utilisant la loi de similitude (tableau 4.13)		
		0	1	2
en utilisant l'échelle réduite	1/2	21 %	21 %	33 %
	1/3	4 %	25 %	29 %

Tableau 4.14 – Erreur de prévision de la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau.

4.3.2.3 Modification de la géométrie et des propriétés matérielles

Des modifications sont effectuées aux différentes échelles de la structure. Elles concernent :

- le module d'Young du bois E_b ,
- le rapport L_B/L_H (L_B et L_H étant respectivement la largeur et la hauteur de la structure).

Les erreurs de prévision sont données au tableau 4.15. On constate que la loi de similitude 0 reste celle optimale.

en utilisant l'échelle réduite 1/3			
	en utilisant la loi de similitude (tableau 4.13)		
	0	1	2
pour $E_b = 11$ GPa et $L_B/L_H = 0,5$ (configuration réelle)	4 %	25 %	29 %
pour $E_b = 15$ GPa et $L_B/L_H = 0,5$	2 %	23 %	32 %
pour $E_b = 11$ GPa et $L_B/L_H = 1$	3 %	1 %	0 %

Tableau 4.15 – Erreur de prévision de la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau. Modification de E_b et de L_B/L_H .

4.3.3 Conclusion

Dans un premier temps, un modèle numérique du comportement dynamique de la structure a été constitué, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Le modèle a été comparé à l'analyse modale expérimentale. Ensuite, des relations de similitude avaient été proposées en dynamique, au chapitre 3. Des facteurs de similitude peuvent être issus de ces relations. Ils permettent de prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Néanmoins des erreurs de prévision peuvent se produire entre le comportement prévu et celui réel. Le modèle numérique a alors été utilisé pour évaluer ces erreurs de prévision. A l'échelle 1/3, les erreurs de prévision sont relativement faibles. En revanche à l'échelle 1/2, les erreurs de prévision sont élevées. Cela peut s'expliquer par le fait

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

que l'amortissement hystérétique n'est pas conservé entre les échelles 1 et 1/2. Ensuite, pour les facteurs sur la sollicitation et la réponse, des choix alternatifs (1 et 2) ont été considérés, en plus de celui initial (θ). Chaque choix définit une loi de similitude. Les lois 1 et 2 ont été comparées à la loi θ , par rapport aux erreurs de prévision qu'elles induisent. Il apparaît que la loi de similitude θ est celle optimale. Enfin, des modifications ont été attribuées à la géométrie et aux propriétés matérielles de la structure, aux différentes échelles. Dans ce cas, la loi de similitude θ reste celle optimale.

Finalement, pour prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1, on procède de la façon suivante. Des facteurs de similitude sont définis pour la sollicitation et la réponse dynamique. Pour cela, il est préférable d'utiliser la loi de similitude θ . A partir des facteurs établis, on définit la sollicitation à appliquer sur la structure réduite. On réalise les essais dynamiques sur l'échelle réduite. Puis les facteurs de similitude permettent d'en déduire le comportement dynamique à l'échelle 1. Pour éviter des erreurs de prévision importantes, il est souhaitable que l'amortissement (hystérétique, visqueux,...) soit conservé par changement d'échelle.

4.4 Prise en compte de l'incertain dans les lois de similitude, influence de l'échelle de réduction

Les propriétés de la structure et des assemblages sont incertaines et présentent de la variabilité. Cela peut amener à des erreurs de prévision, par les facteurs de similitude, du comportement de la structure. On souhaite évaluer ces erreurs de prévision. Pour cela, la propagation de l'incertitude est étudiée au niveau de l'assemblage, du comportement monotone de la structure, puis du comportement dynamique. Des simulations numériques sont réalisées aux échelles 1, 1/2, 1/3, à partir des modèles établis dans ce chapitre 4. Ces simulations consistent en des études de sensibilité puis des études probabilistes.

4.4.1 Présentation des méthodes probabilistes et d'études de sensibilité

Des études de sensibilité sont d'abord réalisées, pour identifier les paramètres influents du modèle utilisé. Puis des méthodes probabilistes sont employées, afin de déterminer la variabilité de la réponse du modèle.

4.4.1.1 Etudes de sensibilité

Plusieurs méthodes sont disponibles dans la littérature pour effectuer des études de sensibilité. Elles consistent à faire varier les paramètres d'entrée, puis à en déduire l'influence sur la réponse du modèle. Parmi ces méthodes, on note par exemple celles *Taguchi* [Par16], *OAT* [Sal08a], et *Sobol* [ZTLS15]. Il existe aussi la méthode de criblage de *Morris* [Mor91, Sal08b, IL15, Ioo11] (figure 4.33), qui consiste à reproduire plusieurs fois une expérience *OAT* aléatoire. La méthode de *Morris* est retenue par la suite.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

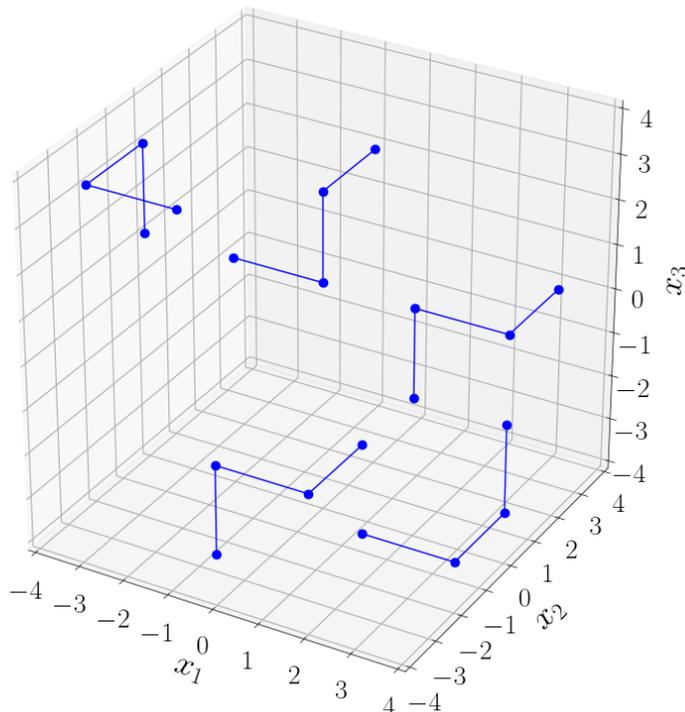


FIGURE 4.33 – Exemple d'un plan d'expériences de *Morris*, avec trois paramètres x_1, x_2, x_3

Tout d'abord un plan d'expériences est établi. Il s'agit d'un ensemble de configurations. Chaque configuration i est définie par des valeurs (x_{i1}, \dots, x_{ik}) associées respectivement aux paramètres (x_1, \dots, x_k) . Par la suite le plan d'expériences est représenté par une matrice \mathbf{x} , où x_{ij} est la valeur du paramètre x_j pour la configuration i . Dans la méthode de *Morris*, un plan d'expériences d'abord normalisé X est défini par

$$\mathbf{X} = \left(\mathbf{J}_{k+1,1} \mathbf{x}^* + \frac{\delta}{2} ((2\mathbf{B} - \mathbf{J}_{k+1,k}) \mathbf{D}^* + \mathbf{J}_{k+1,k}) \right) \mathbf{P}^* \quad (4.19)$$

Autrement dit ce plan d'expériences est défini de la façon suivante.

- Tout d'abord on définit un plan d'expériences initial

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

dans lequel les paramètres varient l'un après l'autre. L'avantage de ce plan d'expériences est que les différents paramètres ne varient pas depuis une même configuration.

- \mathbf{D}^* est une matrice diagonale de taille k , dans laquelle les termes ont pour valeur $+1$ ou -1 avec probabilité égale. $\mathbf{J}_{k+1,k}$ est une matrice de taille $(k+1) \times k$, constituée de valeurs

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

1. Ainsi le terme $(1/2)((2\mathbf{B} - \mathbf{J}_{\mathbf{k}+1,\mathbf{k}})\mathbf{D}^* + \mathbf{J}_{\mathbf{k}+1,\mathbf{k}})$ modifie \mathbf{B} de la façon suivante : pour chaque colonne, soit les valeurs sont inchangées, soit les valeurs 0 et 1 sont remplacées respectivement par 1 et 0, avec probabilité égale.
- Les valeurs 1 du plan d'expériences sont remplacées par une valeur δ à définir.
- \mathbf{x}^* est un vecteur de taille $1 \times k$, dans lequel chaque composante est attribuée d'une valeur aléatoire parmi $\{0, 1/(p-1), 2/(p-1), \dots, 1-\delta\}$, avec p un entier à définir. $\mathbf{J}_{\mathbf{k}+1,1}$ est une matrice de taille $(k+1) \times 1$, constituée de valeurs 1. Avec l'ajout du terme $\mathbf{J}_{\mathbf{k}+1,1}\mathbf{x}^*$, le plan d'expériences part d'une configuration de base aléatoire : \mathbf{x}^* .
- \mathbf{P}^* est une matrice aléatoire de taille $k \times k$: chaque colonne contient une fois la valeur 1 et $(k-1)$ fois la valeur 0, deux colonnes ne doivent pas être identiques. La multiplication du plan d'expériences par \mathbf{P}^* revient à permuter les colonnes de façon aléatoire. Cela équivaut à définir un ordre aléatoire dans lequel les différents paramètres varient.
- Notons qu'il est recommandé d'adopter $p = 4$ et $\delta = 0,5p/(p-1) = 2/3$. De cette façon dans le plan d'expériences, pour un paramètre donné, les valeurs potentielles $(0, 1/(p-1), \dots, 1)$ ont la même probabilité d'être sélectionnées.

Enfin le plan d'expériences effectif (non normalisé) est obtenu par

$$x_{ij} = (\bar{x}_j - 2,5s_{xj}) + X_{ij}(5s_{xj}) \quad (4.21)$$

\bar{x}_j et s_{xj} sont respectivement la moyenne et l'écart type de x_j .

De cette façon, les paramètres sont bornés entre $\bar{x}_j - 2,5s_{xj}$ et $\bar{x}_j + 2,5s_{xj}$, au lieu de 0 et 1. La valeur $2,5s_{xj}$ est adoptée car elle correspond (approximativement) au quantile 99% de la loi Normale.

Une fois le plan d'expériences établi, la réponse Y du modèle numérique est calculée pour chaque configuration. L'effet du paramètre x_j sur Y est déterminé de la façon suivante. On relève deux configurations a et b telles que de a vers b , x_j varie positivement, les autres paramètres étant inchangés. L'effet de x_j est obtenu par

$$I_j = \frac{Y_b - Y_a}{\delta} \quad (4.22)$$

Enfin il est recommandé de reproduire un tel plan d'expériences 10 fois. Ainsi on obtient pour chaque paramètre x_j :

- une moyenne de $|I_j|$, notée $\mu_{I_j}^*$,
- un écart type de I_j , noté s_{I_j} .

Ces grandeurs peuvent être interprétées de la façon suivante. Plus $\mu_{I_j}^*$ est élevée, plus les effets de x_j sur Y sont importants. Plus s_{I_j} est élevé, plus les effets de x_j sur Y ont un caractère non linéaire, et / ou plus il y a des interactions avec les autres paramètres.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

4.4.1.2 Etudes probabilistes

Dans une étude probabiliste, les paramètres influents identifiés précédemment sont considérés variables, les autres paramètres restent constants. Un échantillonnage est constitué. Il s'agit d'un ensemble de configurations des paramètres. Chaque configuration i est définie par des valeurs (x_{i1}, \dots, x_{ik}) associées respectivement aux paramètres (x_1, \dots, x_k) . Par la suite l'échantillonnage de taille n_e est représenté par une matrice \mathbf{x} , où x_{ij} est la valeur du paramètre x_j pour la configuration i .

Pour constituer un tel échantillonnage, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. La méthode *Monte Carlo* [PIA10] (figure 4.34a) est une des plus courantes et simples : elle consiste à générer aléatoirement les paramètres d'entrée suivant leur loi de distribution. La méthode *LHS* (*Latin Hypercube Sampling*) [PIA10] est plus évoluée, car les variables générées sont réparties équitablement selon leur loi de distribution (figure 4.34b). C'est donc *LHS* qui est employée par la suite.

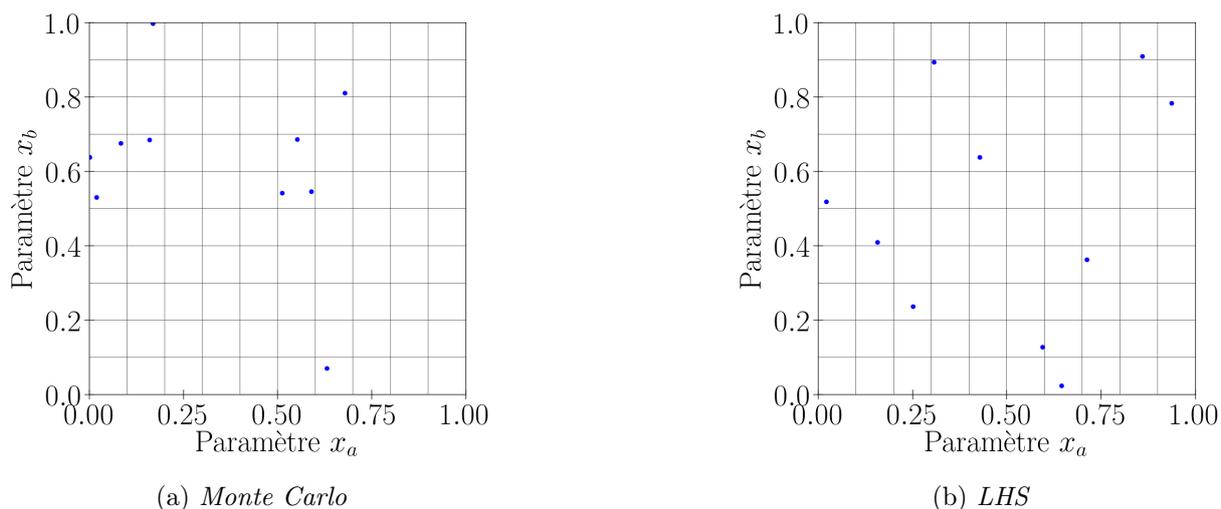


FIGURE 4.34 – Exemples de plans d'expériences *Monte Carlo* et *LHS*

Cette méthode définit d'abord n_e intervalles

$$e_m = \left[\frac{m}{n_e}, \frac{m+1}{n_e} \right] \quad (4.23)$$

avec $0 \leq m < n_e$. Puis, dans chaque intervalle e_m et pour chaque paramètre x_j , une valeur u_{mj} est générée aléatoirement suivant une loi Uniforme. L'échantillonnage \mathbf{x} est ensuite obtenu par

$$x_{ij} = F_p^{-1}(u_{mj}) \quad (4.24)$$

F_p est la fonction de répartition de la loi de distribution de x_j , m est un entier aléatoire, et u_{mj} a été établi précédemment. Pour x_j donné, une valeur m ne peut pas être sélectionnée pour deux configurations i différentes.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Une fois l'échantillonnage \mathbf{x} établi, la réponse Y du modèle est calculée pour chaque configuration i . On pourra ainsi obtenir une distribution de la réponse Y , pour chaque échelle 1, 1/2 et 1/3.

L'approche probabiliste présentée précédemment est adoptée par la suite. On génère des variables centrées qui seront utilisées aux échelles 1, 1/2, 1/3. De cette façon la réponse Y est impactée de la même manière à des fins de comparaison ultérieure. On pourra également intégrer la corrélation si on le souhaite.

Pour intégrer la corrélation, on définit d'abord $\rho_{ab} = \rho_{ba}$ le coefficient de corrélation entre deux paramètres x_a et x_b . Ce coefficient est compris entre -1 et 1 , et est d'autant plus élevé que les paramètres sont corrélés. Ensuite la méthode suivante permet d'intégrer la corrélation dans l'échantillonnage. Cette méthode dépend du type de loi de distribution pour les paramètres.

— **Les paramètres suivent une loi Normale.**

Dans ce cas, la méthode est la suivante [LCM10]. Une matrice de corrélation \mathbf{Cor} est définie par $\text{Cor}(a, b) = \rho_{ab}$, puis on détermine la matrice \mathbf{L} vérifiant

$$\mathbf{LL}^T = \mathbf{Cor} \quad (4.25)$$

Ensuite on effectue une transformation des variables indépendantes X_j , suivant la relation

$$(X'_1 \quad \dots \quad X'_k) = (X_1 \quad \dots \quad X_k) \mathbf{L}^T \quad (4.26)$$

Ainsi le nouvel échantillonnage est obtenu par

$$\mathbf{X}' = \mathbf{XL}^T \quad (4.27)$$

Ces nouvelles variables aléatoires présentent les propriétés suivantes, d'après les équations (4.25) et (4.26).

— Leurs moyennes sont

$$\forall a : \overline{X'_a} = \sum_j \overline{X_j} L_{aj} = 0 \quad (4.28)$$

En effet $\overline{X_j} = 0$ si X_j suit une loi Normale $(0, 1)$. Ainsi on a :

$$\overline{X'_a} = \overline{X_a} \quad (4.29)$$

— Leurs écart types vérifient

$$\forall a : s_{X'_a}^2 = \sum_j s_{X_j}^2 L_{aj}^2 = \sum_j L_{aj}^2 = \text{Cor}_{aa} = \rho_{aa} = 1 \quad (4.30)$$

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

En effet, $s_{X_j} = 1$ si X_j suit une loi Normale $(0, 1)$. Donc on a :

$$s_{X_{a'}} = s_{X_a} \quad (4.31)$$

— Leurs coefficients de corrélation sont

$$\begin{aligned} \forall (a, b) : \frac{\frac{1}{n_e} \sum_i (X_{ia'} - \bar{X}'_a) (X_{ib'} - \bar{X}'_b)}{s_{X_{a'}} s_{X_{b'}}} &= \frac{\text{COV}(X'_a, X'_b)}{s_{X_{a'}} s_{X_{b'}}} = \text{COV}(X'_a, X'_b) \\ &= \text{COV}\left(\sum_j X_j L_{aj}, \sum_l X_l L_{bl}\right) = \sum_j \sum_l L_{aj} L_{bl} \text{COV}(X_j, X_l) \\ &= \sum_j L_{aj} L_{bj} \text{COV}(X_j, X_j) = \sum_j L_{aj} L_{bj} s_{X_j}^2 = \sum_j L_{aj} L_{bj} = \text{Cor}(a, b) = \rho_{ab} \end{aligned} \quad (4.32)$$

En effet, $\text{COV}(X_j, X_l) = 0$ pour $l \neq j$, car X_j et X_l sont indépendantes.

— Si les variables X_j suivent une loi Normale, alors celles X'_j suivent aussi une loi Normale.

Finalement, la transformation des variables aléatoires conserve leurs moyennes, écart types et lois de distribution, tout en leur affectant un coefficient de corrélation.

— **Les paramètres suivent une loi Lognormale.**

Dans ce cas, la méthode est la suivante [LCM10].

— Les variables X_j , qui suivent une loi Lognormale, sont transformées par

$$X_j^{(N)} = \ln X_j \quad (4.33)$$

Ainsi les variables $X_j^{(N)}$ suivent une loi Normale $(0, 1)$.

— On constitue des variables $X_j^{(N)'}$ corrélées et qui suivent une loi Normale $(0, 1)$. Pour cela, la méthode détaillée précédemment s'applique. Toutefois, c'est un coefficient de corrélation modifié ρ'_{ab} à prendre en compte, défini par :

$$\frac{\rho'_{ab}}{\rho_{ab}} = \frac{\ln(1 + \rho_{ab} \text{CV}_{xa} \text{CV}_{xb})}{\rho_{ab} \sqrt{\ln(1 + \text{CV}_{xa}^2) + \ln(1 + \text{CV}_{xb}^2)}} \quad (4.34)$$

CV_{x_j} est le coefficient de variation de x_j .

— Puis on obtient des variables X'_j corrélées et qui suivent une loi Lognormale :

$$X'_j = \exp\left(X_j^{(N)'}\right) \quad (4.35)$$

Désormais l'échantillonnage normalisé et corrélé est noté \mathbf{X} . L'échantillonnage effectif \mathbf{x} est obtenu de la façon suivante, pour chaque échelle.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

— Si x_j suit une loi Uniforme :

$$x_{ij} = \bar{x}_j - s_{xj}\sqrt{3} + X_{ij}s_{xj}\sqrt{12} \quad (4.36)$$

— Si x_j suit une loi Normale :

$$x_{ij} = \bar{x}_j + X_{ij}s_{xj} \quad (4.37)$$

Après la transformation (4.36) ou (4.37) : la variable générée x_j a respectivement pour moyenne et écart type \bar{x}_j et s_{xj} , le coefficient de corrélation entre les variables générées x_a et x_b reste égal à ρ_{ab} .

— Si x_j suit une loi Lognormale :

$$\ln(x_{ij}) = \overline{\ln(x_j)} + \ln(X_{ij}) s_{\ln(x_j)} \quad (4.38)$$

avec [WMM07d] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\ln(x_j)} = \ln\left(\frac{(\bar{x}_j)^2}{\sqrt{(\bar{x}_j)^2 + (s_{xj})^2}}\right) \\ (s_{\ln(x_j)})^2 = \ln\left(1 + \left(\frac{s_{xj}}{\bar{x}_j}\right)^2\right) \end{array} \right. \quad (4.39a)$$

$$\left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \quad (4.39b)$$

Après cette transformation : la variable générée x_j a respectivement pour moyenne et écart type \bar{x}_j et s_{xj} , le coefficient de corrélation entre les variables générées x_a et x_b passe de ρ'_{ab} à ρ_{ab} .

4.4.2 Comportement des assemblages

A partir des méthodes précédentes, la propagation d'incertitude est déterminée dans un premier temps au niveau des assemblages. La réponse étudiée du modèle numérique est la raideur axiale K_{ua} . Les coefficients de variation des paramètres d'entrée sont définis dans le tableau 4.16. Pour l'ensemble des paramètres, les valeurs moyennes sont celles de la partie 4.1.1.1.

Paramètre	CV (%)
modules d'élasticité du bois	21 [RLEO93]
module d'élasticité de l'acier	3 [Vro97]
dimensions	1 (forfaitaire)

Tableau 4.16 – Coefficients de variation (CV) adoptés pour les paramètres d'assemblages, aux échelles 1, 1/2, 1/3

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Tout d'abord, une étude de sensibilité est réalisée avec la méthode de *Morris*. Les effets des paramètres sont présentés sur la figure 4.35 :

- E_{abro} est le module d'Young de l'acier des broches,
- E_{apla} est le module d'Young de l'acier de la plaque,
- E_{bL}, E_{bR}, E_{bT} sont les modules d'Young du bois,
- $G_{bLT}, G_{bLR}, G_{bRT}$ sont les modules de cisaillement du bois.

Pour le bois, L est la direction parallèle au fil, et R, T sont les directions perpendiculaires (partie 4.1.1.1). Les paramètres influents apparaissent en rouge sur la figure 4.35. Pour les trois échelles, les paramètres influents sont principalement E_{bL} et G_{bLR} .

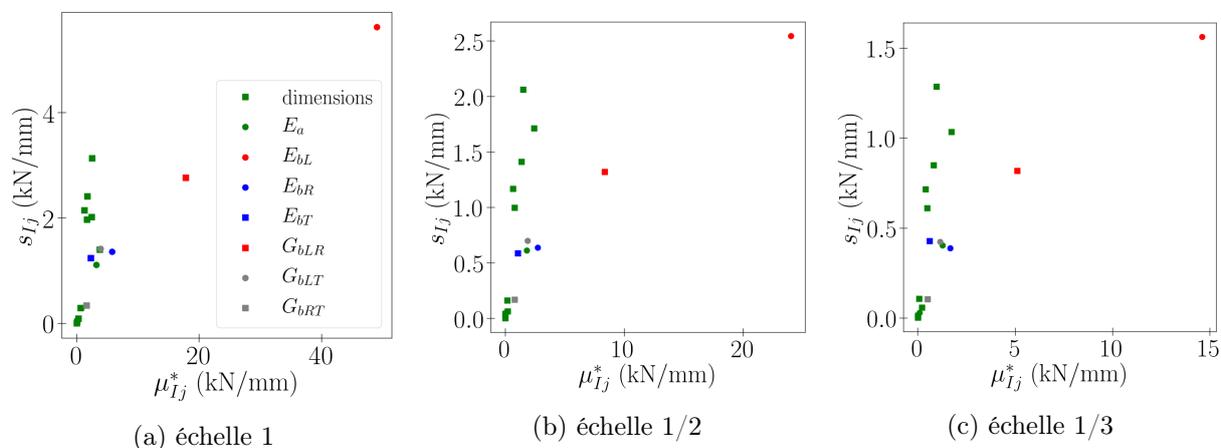


FIGURE 4.35 – Etude de sensibilité de *Morris* sur la raideur K_{ua} des assemblages (calculs *Cast3M*)

Seuls les paramètres influents, E_{bL} et G_{bLR} , sont considérés variables. Ils suivent une loi Lognormale [RLEO93]. Le coefficient de corrélation entre E_{bL} et G_{bLR} , égal à 0,6 [Vro97], peut être intégré dans l'échantillonnage. Un échantillonnage *LHS* de taille $n_e = 1\,000$ est alors généré (figure 4.36). Ainsi, on obtient une distribution de la réponse K_{ua} aux trois échelles, sur la figure 4.37.

A partir des distributions de K_{ua} , on obtient une moyenne $\overline{K_{ua}}$, et un écart type [WMM07b, Ves73] :

$$s_{K_{ua}} = \sqrt{\frac{1}{n_e - 1} \sum_i \left(K_{ua}^{(i)} - \overline{K_{ua}} \right)^2} \quad (4.40)$$

Les moyennes et *CV* ainsi obtenus pour K_{ua} sont donnés dans le tableau 4.17.

Ces *CV* sont proches. Cela est dû au fait que les *CV* des paramètres d'entrée sont conservés par changement d'échelle (tableau 4.16). En effet en notant Y la réponse du modèle et x_j les paramètres d'entrée, le *CV* de Y est défini à l'échelle 1 par [WMM07e]

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

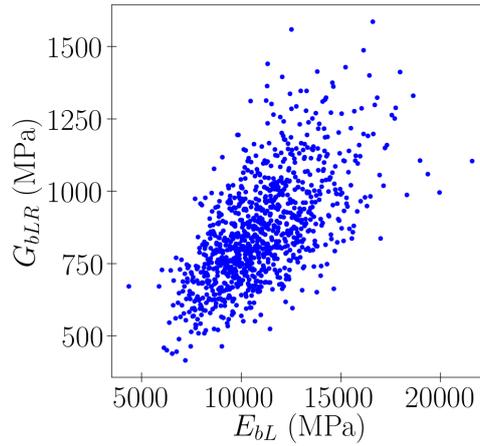


FIGURE 4.36 – Echantillonnage généré pour les assemblages à l'échelle 1

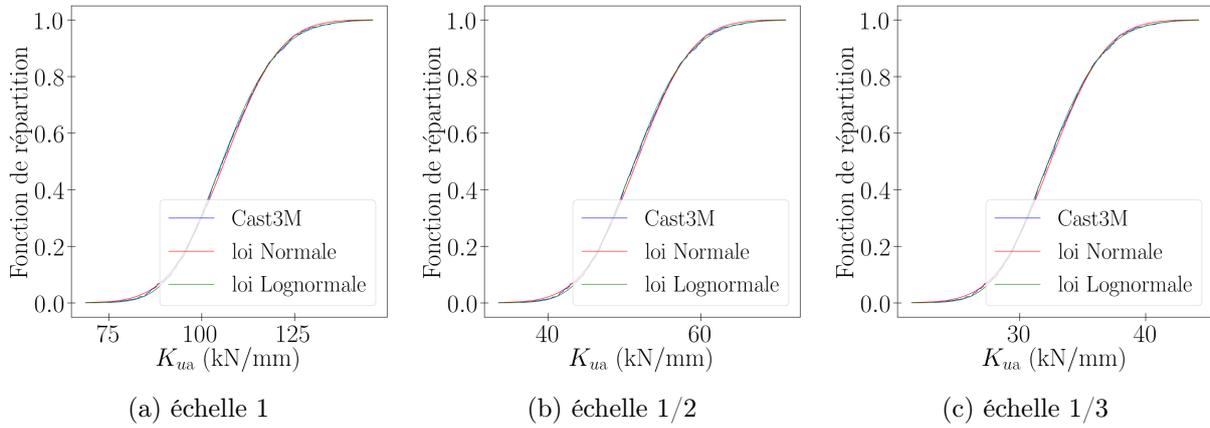


FIGURE 4.37 – Distribution de la raideur K_{ua} des assemblages

	Moyenne (kN/mm)	CV (%)
Echelle 1	106	11,1
Echelle 1/2	51,7	11
Echelle 1/3	32,5	10,6

Tableau 4.17 – Moyennes et CV obtenus pour la raideur K_{ua} des assemblages (calculs *Cast3M*)

$$\begin{aligned}
 (s_{Y^{(F)}})^2 &= \sum_j \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 (s_{x_j^{(F)}})^2 \\
 \Rightarrow (CV_{Y^{(F)}})^2 &= \left(\frac{1}{\overline{Y^{(F)}}} \right)^2 \sum_j \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 (s_{x_j^{(F)}})^2 \\
 \Rightarrow (CV_{Y^{(F)}})^2 &= \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(F)}}}{\overline{Y^{(F)}}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 (CV_{x_j^{(F)}})^2
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

avec « F » signifiant *Full scale* ou « échelle 1 ». De même, le CV de Y à l'échelle réduite est défini par

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

$$(CV_{Y^{(R)}})^2 = \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(R)}}}{\overline{Y^{(R)}}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(R)}}{\partial x_j^{(R)}} \right)^2 (CV_{x_j^{(R)}})^2 \quad (4.42)$$

avec « R » signifiant *Reduced scale* ou « échelle réduite ». Ensuite, en admettant

$$\frac{\partial Y^{(R)}}{\partial x_j^{(R)}} = \frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \frac{\lambda_{xj}}{\lambda_Y} \quad (4.43)$$

et en notant

$$\kappa = \frac{CV_{x_j^{(R)}}}{CV_{x_j^{(F)}}} \quad (4.44)$$

on a

$$\begin{aligned} (CV_{Y^{(R)}})^2 &= \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(F)}}}{\overline{Y^{(F)}}} \frac{\lambda_Y}{\lambda_{xj}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \frac{\lambda_{xj}}{\lambda_Y} \right)^2 (\kappa CV_{x_j^{(F)}})^2 \\ &= \kappa \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(F)}}}{\overline{Y^{(F)}}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 (CV_{x_j^{(F)}})^2 \end{aligned} \quad (4.45)$$

soit

$$\frac{CV_{Y^{(R)}}}{CV_{Y^{(F)}}} = \kappa \quad (4.46)$$

D'après le tableau 4.16 et compte tenu de l'équation (4.44), on a $\kappa = 1$. Ainsi d'après l'équation (4.46), on a :

$$CV_{Y^{(R)}} = CV_{Y^{(F)}} \quad (4.47)$$

Cette dernière relation est cohérente avec les résultats numériques du tableau 4.17.

Enfin, d'après un test de loi de distribution khi-deux [WMM07c], la raideur K_{ua} suit aussi bien une loi Normale qu'une loi Lognormale (figure 4.37).

4.4.3 Comportement monotone de la structure

Une fois la propagation d'incertitude étudiée au niveau de l'assemblage, elle est analysée pour le comportement monotone de la structure. Les réponses étudiées du modèle numérique sont : la raideur élastique K_s , la force maximale F_{ms} et le déplacement associé u_{ms} . Les CV des paramètres d'entrée sont définis dans le tableau 4.18. Pour les dimensions et les propriétés matérielles, les CV sont les mêmes que pour les assemblages (partie 4.4.2). Pour les raideurs d'assemblages, les CV sont ceux déterminés dans la partie 4.4.2. Pour les efforts et déformations maximaux des assemblages, les CV sont ceux expérimentaux de la partie 2.2.2.1. Pour l'ensemble des paramètres, les valeurs moyennes sont celles de la partie 4.2.1.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Paramètre	CV (%)			Nombre de variables associées
	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3	
dimensions	1 (forfaitaire)			7
module d'Young du bois, $E_b = E_{bL}$	21 [RLEO93]			5 (car 5 éléments bois)
module d'Young de l'acier, E_a	3 [Vro97]			6
raideurs des assemblages en translation, K_{ua}	11	11	11	22 (car 11 assemblages et 2 directions)
raideurs des assemblages en rotation, K_{θ_a}				11
force maximale (axiale) des assemblages (des diagonales), F_{ma}	8	7	6	4
déplacement à force maximale, u_{ma}	11	18	12	4
moment maximal des assemblages, M_{ma}	10	12	14	11
rotation des assemblages à moment maximal, θ_{ma}	18	29	37	11
poids volumique du bois, γ_b	9 [RLEO93]			5
poids volumique de l'acier, γ_a	nul, car liée à la masse volumique du fer			6
charge verticale, Q_{ad}	1 (forfaitaire)			1

Tableau 4.18 – CV adoptés pour les paramètres de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3

Les effets des paramètres sont présentés sur les figures 4.38 à 4.40, selon l'étude de sensibilité de *Morris*. Les paramètres influents apparaissent en rouge sur les figures 4.38 à 4.40. Pour les raideurs d'assemblages en translation, les indices x et y correspondent respectivement aux directions axiale et transversale. Les indices « diag » et « po » désignent respectivement les assemblages des diagonales (trois broches) et les assemblages poteaux / poutres (quatre broches). Les observations sont les suivantes, quelle que soit l'échelle 1, 1/2, ou 1/3.

- Pour la raideur K_s , les paramètres influents sont principalement : les modules d'Young des diagonales en bois ($E_{b,diag}$), et les raideurs axiales des assemblages des diagonales ($K_{ua,x,diag}$). Les modules des diagonales sont plus influents que les raideurs d'assemblages, pour les raisons suivantes :
 - les diagonales se déforment plus que les assemblages,
 - les CV des modules des diagonales sont plus élevés que les CV des raideurs d'assemblages.
- Pour la force F_{ms} , les paramètres influents sont principalement les forces F_{ma} des assemblages des diagonales.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

— Pour le déplacement u_{ms} , les paramètres influents sont principalement les déplacements u_{ma} des assemblages des diagonales.

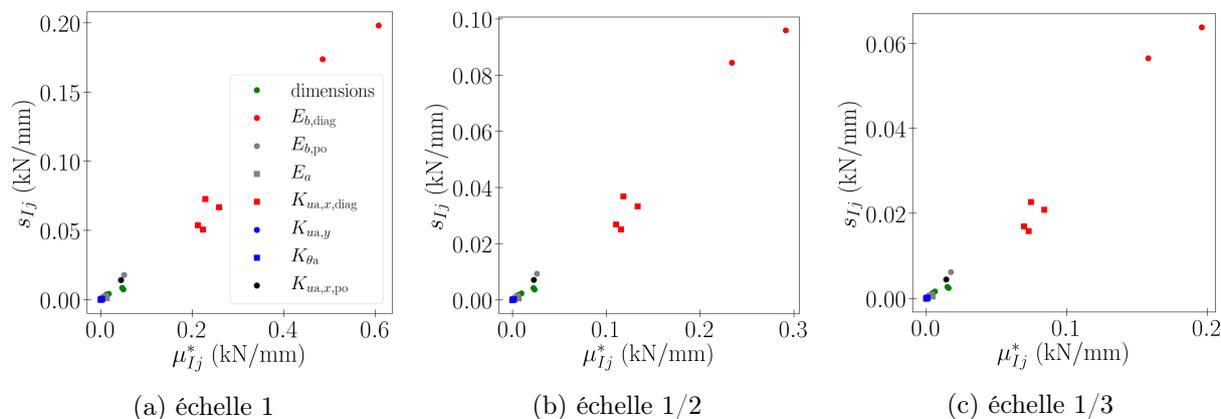


FIGURE 4.38 – Etude de sensibilité de *Morris* sur la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

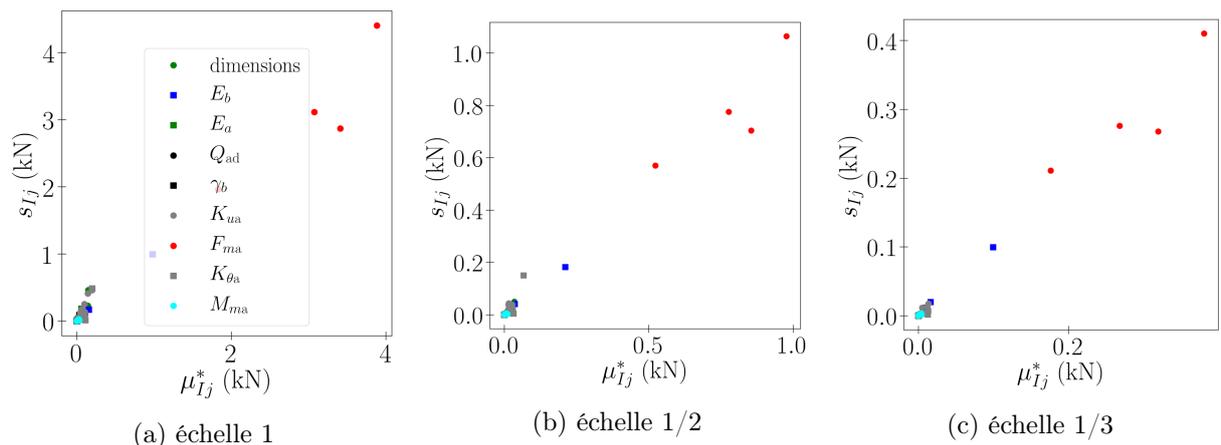


FIGURE 4.39 – Etude de sensibilité de *Morris* sur la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

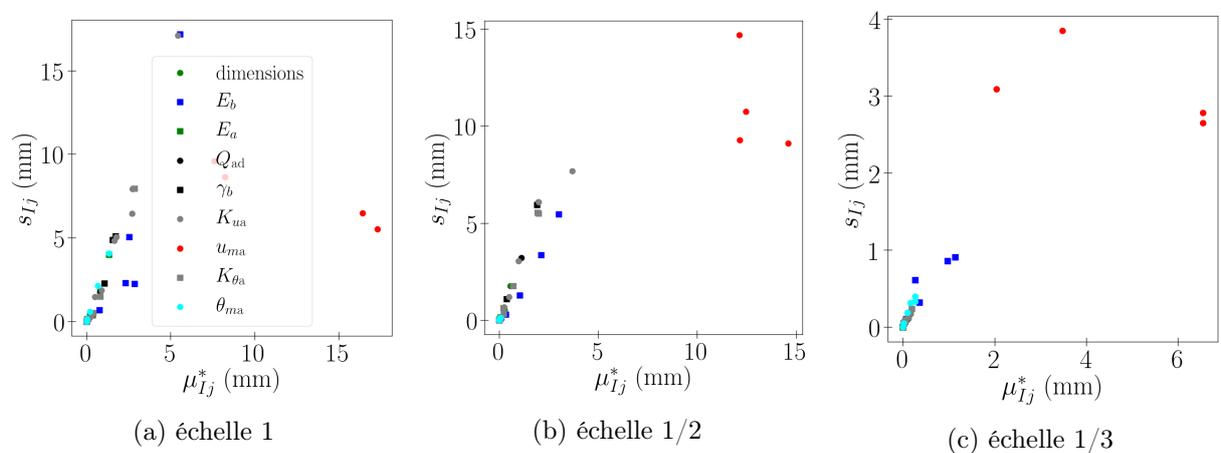


FIGURE 4.40 – Etude de sensibilité de *Morris* sur le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

A présent, seuls les paramètres influents sont variables. Ces paramètres ne sont pas les mêmes selon la grandeur d'intérêt considérée (K_s , F_{ms} ou u_{ms}). Ainsi un échantillonnage est généré pour chaque grandeur d'intérêt étudiée. Cet échantillonnage est de type *LHS* et de taille $n_e = 1\,000$. Les modules d'Young du bois et les caractéristiques d'assemblages suivent une loi Lognormale. Aucune corrélation n'est introduite entre les paramètres.

Les moyennes et *CV* des variables d'intérêt sont donnés dans les tableaux 4.19 à 4.21. Ces valeurs sont cohérentes avec l'équation (4.46) : $CV_{Y(R)}/CV_{Y(F)} = \kappa$. Cela est vérifié ci-dessous.

- Pour la force F_{ms} , d'après les *CV* des paramètres influents (tableau 4.18), on a $\kappa = 0,887$ pour l'échelle 1/2 et $\kappa = 0,71$ pour l'échelle 1/3. Donc selon l'équation (4.46), on a $CV_{F_{ms}(1/2)}/CV_{F_{ms}(1)} = 0,887$, et $CV_{F_{ms}(1/3)}/CV_{F_{ms}(1)} = 0,71$. Cela est cohérent avec le tableau 4.20, où $CV_{F_{ms}(1/2)}/CV_{F_{ms}(1)} = 0,866$, et $CV_{F_{ms}(1/3)}/CV_{F_{ms}(1)} = 0,694$.
- Pour le déplacement u_{ms} , d'après les *CV* des paramètres influents, on a $\kappa = 1,72$ pour l'échelle 1/2 et $\kappa = 1,14$ pour l'échelle 1/3. Donc d'après l'équation (4.46), on a $CV_{u_{ms}(1/2)}/CV_{u_{ms}(1)} = 1,72$, et $CV_{u_{ms}(1/3)}/CV_{u_{ms}(1)} = 1,14$. Cela est en accord avec le tableau 4.21, où $CV_{U_{ms}(1/2)}/CV_{U_{ms}(1)} = 1,51$, et $CV_{U_{ms}(1/3)}/CV_{U_{ms}(1)} = 1,13$.
- Pour la raideur K_s , d'après les *CV* des paramètres influents, on a $\kappa = 1$ quelle que soit l'échelle. Donc selon l'équation (4.46), on a $CV_{K_s(1/2)}/CV_{K_s(1)} = 1$ et $CV_{K_s(1/3)}/CV_{K_s(1)} = 1$. Cela est cohérent avec le tableau 4.19, où $CV_{K_s(1/2)}/CV_{K_s(1)} = 0,968$, et $CV_{K_s(1/3)}/CV_{K_s(1)} = 0,955$.

	Moyenne (kN/mm)	CV (%)
Echelle 1	3,23	5,4
Echelle 1/2	1,64	5,22
Echelle 1/3	1,09	5,16

Tableau 4.19 – Moyennes et *CV* obtenus pour la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

	Moyenne (kN)	CV (%)
Echelle 1	33,1	5,17
Echelle 1/2	9,49	4,48
Echelle 1/3	4,32	3,59

Tableau 4.20 – Moyennes et *CV* obtenus pour la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

	Moyenne (mm)	CV (%)
Echelle 1	80,5	6,79
Echelle 1/2	45,6	10,2
Echelle 1/3	27,3	7,68

Tableau 4.21 – Moyennes et CV obtenus pour le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

4.4.4 Comportement dynamique de la structure

Une fois la propagation d'incertitude étudiée pour le comportement monotone de la structure, elle est calculée au niveau du comportement dynamique. La sollicitation dynamique a été définie dans la partie 4.3.1. La réponse étudiée du modèle numérique est l'accélération (absolue) maximale $\ddot{u}_{s,\max}^t$ en haut de la structure. Compte tenu du nombre élevé de simulations, le modèle de la structure est élastique linéaire. Les masses et l'amortissement visqueux réduit sont à prendre en compte. La masse volumique des éléments bois est notée ρ_b . Pour la masse additionnelle m_{ad} , le CV est pris forfaitairement égal à 1 %. Pour le CV de l'amortissement visqueux ζ_v , peu d'informations sont disponibles dans la littérature. Le CV finalement retenu est celui de l'amortissement hystérétique, obtenu dans la partie 2.2, soit 10 %. Quant à la sollicitation dynamique, aucune variabilité n'est considérée.

Les influences des paramètres sont montrées à la figure 4.41. Pour les trois échelles, la masse volumique ρ_b (en rouge) est un paramètre non influent.

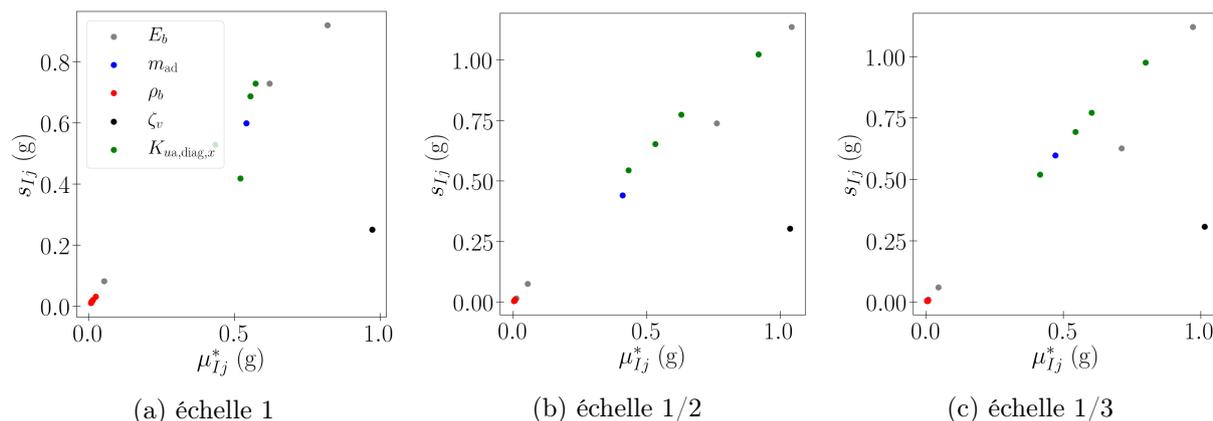


FIGURE 4.41 – Etude de sensibilité de *Morris* sur l'accélération $\ddot{u}_{s,\max}^t$ de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

Dans l'étude probabiliste, la masse additionnelle suit une loi Uniforme. Concernant l'amortissement, peu d'informations sont disponibles dans la littérature. La loi finalement retenue est Lognormale. Un échantillonnage *LHS* de taille $n_e = 1\,000$ est généré. Les moyennes et CV de la variable d'intérêt sont donnés dans le tableau 4.22. Les CV de $\ddot{u}_{s,\max}^t$ sont proches. Cela est cohérent avec l'équation (4.46) et les CV des paramètres influents.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

	Moyenne (g)	CV (%)
Echelle 1	4,12	9,35
Echelle 1/2	4,53	7,95
Echelle 1/3	4,59	8,33

Tableau 4.22 – Moyennes et CV obtenus pour l'accélération $\ddot{u}_{s,\max}^t$ de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

A présent il s'agit d'évaluer l'erreur de prévision, par les facteurs de similitude, du comportement dynamique. Plus particulièrement, il s'agit d'étudier l'effet de la variabilité sur ces erreurs. La réponse $\ddot{u}_{s,\max}^t$ est désormais notée Y . L'erreur est alors définie par

$$\eta = \frac{\lambda_Y Y^{(R)} - Y^{(F)}}{Y^{(F)}} \quad (4.48)$$

$Y^{(F)}$ est la réponse à l'échelle 1 calculée, $(\lambda_Y Y^{(R)})$ est la réponse à l'échelle 1 prévue, λ_Y est le facteur de similitude sur la réponse, et $Y^{(R)}$ est la réponse calculée à l'échelle réduite. Ensuite pour l'erreur de prévision, seuls les effets de la variabilité sont étudiés. Pour cela on fixe $\lambda_Y = \overline{Y^{(F)}}/\overline{Y^{(R)}}$. Cela implique une moyenne de η nulle, et un écart type

$$(s_\eta)^2 = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y^{(F)}} s_{Y^{(F)}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y^{(R)}} s_{Y^{(R)}} \right)^2 = \frac{(s_{Y^{(F)}})^2 + \lambda_Y^2 (s_{Y^{(R)}})^2}{(\overline{Y^{(F)}})^2} \quad (4.49)$$

Ainsi pour l'échelle 1/2, avec $s_{Y^{(R)}} = 0,36$ g, $\lambda_Y = 0,93$, et $s_{Y^{(F)}} = 0,385$ g, on a : $s_\eta = 0,124$. Pour l'échelle 1/3, avec $s_{Y^{(R)}} = 0,383$ g et $\lambda_Y = 0,91$, on a : $s_\eta = 0,126$.

L'écart type s_η doit être minimisé afin de réduire au mieux l'erreur η . Il apparaît que s_η est relativement faible. Aussi, on constate que la valeur de s_η pour l'échelle 1/2 est proche de celle pour l'échelle 1/3. Cela est démontré de la façon suivante. D'après l'équation (4.49), l'écart type s_η peut s'écrire

$$(s_\eta)^2 = \frac{\left(CV_{Y^{(F)}} \overline{Y^{(F)}} \right)^2 + \lambda_Y^2 \left(CV_{Y^{(R)}} \overline{Y^{(R)}} \right)^2}{\left(\overline{Y^{(F)}} \right)^2} = (CV_{Y^{(F)}})^2 + (CV_{Y^{(R)}})^2 \quad (4.50)$$

Autrement dit, s_η dépend seulement du CV de la variable d'intérêt à l'échelle 1 ($CV_{Y^{(F)}}$) et de celui à l'échelle réduite ($CV_{Y^{(R)}}$). Or d'après le tableau 4.22, le CV à l'échelle réduite 1/2 est proche de celui à l'échelle réduite 1/3. C'est pourquoi l'écart type s_η pour l'échelle 1/2 est proche de celui pour l'échelle 1/3.

4.4.5 Conclusion

Les propriétés de la structure et des assemblages sont incertaines et présentent de la variabilité. A l'aide de simulations numériques, la propagation de l'incertitude a été étudiée : au niveau de l'assemblage, du comportement monotone de la structure, puis du comportement dynamique.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

L'influence du changement d'échelle sur la dispersion du comportement a été relevée. Cette influence a pu être montrée analytiquement. Ensuite, pour le comportement dynamique, l'erreur de prévision par les facteurs de similitude a été calculée. Cette erreur est induite par la variabilité des propriétés de la structure et des assemblages. Le seul moyen de réduire l'erreur de prévision est de faire diminuer cette variabilité. Néanmoins, cette étude a permis de montrer que l'erreur est relativement faible et dépend peu du choix de l'échelle réduite (1/2 ou 1/3).

Conclusion générale, recommandations, perspectives

Ces travaux de thèse ont permis d'établir des facteurs de similitude pour un système de contreventement utilisé dans les bâtiments en bois grande hauteur. Pour cela, des approches expérimentales, analytiques puis numériques ont été adoptées. Pour mieux comprendre les différences entre ces approches, une démarche multi-niveaux a été menée. De cette façon les facteurs ont été établis pour : les assemblages, le comportement monotone et cyclique de la structure, et le comportement dynamique.

Des essais monotones et cycliques ont été réalisés sur les assemblages et la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Les comportements obtenus présentent une dispersion importante, du fait notamment de la variabilité des propriétés du bois. Par conséquent des intervalles de confiance ont été établis. Puis, des facteurs de similitude expérimentaux ont été établis. Ces facteurs présentent eux aussi une dispersion importante. Ensuite, des essais au marteau de choc ont permis de déterminer les caractéristiques vibratoires de la structure, aux trois échelles. Il a été possible d'identifier des propriétés modales présentant une certaine répétabilité. Ces propriétés ont alors été comparés entre les trois échelles. Des essais dynamiques sur table vibrante ont aussi été réalisés. Ces essais ont cependant fait intervenir des phénomènes non linéaires complexes, dont l'analyse approfondie n'a pas été envisagée dans cette thèse.

Les facteurs ont été constitués par des méthodes analytiques. L'avantage de l'approche analytique est que les résultats obtenus sont généralisables. Selon la démarche multi-niveau, les facteurs ont d'abord été établis au niveau des assemblages, du comportement monotone et cyclique de la structure, puis du comportement dynamique. Les facteurs ont pu tenir compte des assemblages bois et de leur comportement non linéaire. Les méthodes analytiques imposent des conditions sur les paramètres des assemblages ou de la structure. Plusieurs approches ont alors été utilisées et comparées, par rapport à ces conditions. Au niveau des assemblages, les différentes approches sont équivalentes. Enfin, les facteurs obtenus analytiquement ont été comparés à ceux expérimentaux, pour les assemblages et la structure. Des différences ont été constatées entre l'analytique et l'expérimental. Elles sont dues notamment à la variabilité expérimentale, aux distorsions de similarité, et à une méconnaissance de certaines propriétés mécaniques. Cela soulève ainsi les limites des méthodes analytiques.

CONCLUSION GENERALE, RECOMMANDATIONS, PERSPECTIVES

Compte tenu des limites de l'approche analytique, des modèles numériques ont été établis, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Selon la démarche multi-niveau, cette approche numérique a été adoptée pour les assemblages, le comportement monotone et cyclique de la structure, puis le comportement dynamique. Tout d'abord les comportements calculés ont été comparés à ceux obtenus expérimentalement. Ensuite, les différences entre les facteurs numériques et analytiques ont été étudiées, pour différentes configurations des assemblages ou de la structure. Au niveau de l'assemblage, une méthode optimisée d'étude paramétrique a été établie, basée sur des coefficients de distorsion. Les écarts obtenus entre le numérique et l'analytique dépendent peu du type de sollicitation (axiale, rotation). Aussi les écarts varient peu lorsqu'on modifie les propriétés matérielles et le nombre de broches. Ensuite, les facteurs de similitude ont été étudiés au niveau du comportement monotone et cyclique de la structure. Pour la configuration réelle, l'écart entre l'analytique et le numérique est faible. Ainsi les méthodes analytiques restent acceptables. Le même constat est obtenu lorsqu'on modifie les propriétés matérielles et la géométrie de la structure, aux trois échelles. Cependant, lorsque des distorsions importantes sont introduites dans les sections et raideurs d'assemblages, l'écart analytique / numérique devient significatif. Pour réduire cet écart, il est nécessaire de déterminer le facteur sur la raideur de la structure. Concernant le comportement dynamique, des relations de similitude avaient été proposées au chapitre 3. Des facteurs de similitude peuvent être issus de ces relations. Ils ont pour but de prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Néanmoins des erreurs de prévision peuvent se produire entre le comportement prévu et celui réel. Le modèle numérique a alors été utilisé pour évaluer ces erreurs de prévision. Les erreurs de prévision sont relativement faibles, à condition néanmoins que l'amortissement hystérétique soit conservé par changement d'échelle. Aussi pour les facteurs, des choix alternatifs ont été considérés et comparés au choix initial. Chaque choix définit une loi de similitude. Il apparaît que la loi de similitude initiale est celle optimale. Enfin, les propriétés de la structure et des assemblages sont incertaines et présentent de la variabilité. A l'aide de simulations numériques, la propagation de l'incertitude a été caractérisée au niveau des assemblages puis de la structure. L'influence du changement d'échelle sur la dispersion des comportements a été relevée. Puis, pour le comportement dynamique linéaire, l'erreur de prévision par les facteurs de similitude a été étudiée. Cette erreur est induite par les incertitudes. Il a été montré que l'erreur de prévision est relativement faible et peu impactée par le choix de l'échelle réduite (1/2 ou 1/3).

Pour conclure, des facteurs de similitude ont été constitués pour les assemblages puis pour la structure, par des approches expérimentales, analytiques et numériques. Dans l'approche expérimentale, les résultats présentent une dispersion importante du fait de la variabilité des propriétés du bois. Mais cette dispersion a pu être encadrée. Dans l'approche analytique, le comportement non linéaire des assemblages bois a pu être pris en compte. Des différences ont été constatées entre l'analytique et l'expérimental, du fait de la variabilité expérimentale, des distorsions de similarité, et d'une méconnaissance de certaines propriétés mécaniques. Compte tenu des limites de

l'approche analytique, des modèles numériques ont été établis. Les différences entre les facteurs numériques et analytiques ont pu être étudiées, pour différentes configurations des assemblages et de la structure. Puis pour le comportement dynamique, les lois de similitude établies analytiquement ont été évaluées numériquement. La propagation de l'incertitude sur les lois de similitude a également été étudiée, à l'aide des modèles numériques.

Désormais, pour prévoir le comportement dynamique d'une structure bois complexe, les travaux de thèse peuvent être utilisés selon la démarche suivante. Cette démarche, basée sur les lois de similitude, offre une alternative aux essais à taille réelle ou à la modélisation d'un tel comportement. Tout d'abord pour une qualité suffisante des résultats, il est souhaitable d'utiliser des éprouvettes contenant le moins possible de défauts et d'hétérogénéités.

— **Etablir les facteurs de similitude sur les assemblages.**

— Pour les raideurs d'assemblages, on obtient les facteurs de la façon suivante : si il n'y a pas de distorsions géométriques les méthodes analytiques peuvent être utilisées, dans le cas contraire il convient d'utiliser les facteurs numériques de la partie 4.1. Des simulations ou essais complémentaires, aux échelles 1 et réduite, peuvent être utiles.

— Pour les efforts maximaux et l'amortissement des assemblages, nous ne disposons pas de résultats numériques. On obtient alors les facteurs par extrapolation des résultats expérimentaux de la partie 2.2. Des essais supplémentaires, aux échelles 1 et réduite, peuvent être nécessaires.

— **Etablir les facteurs sur le comportement monotone et cyclique de la structure.**

Les facteurs des assemblages établis précédemment doivent être considérés. On obtient alors les facteurs sur la structure, de la façon suivante : les méthodes analytiques peuvent être utilisées si il y a peu de distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, dans le cas contraire il faut déterminer le facteur sur la raideur de la structure.

— **Etablir les facteurs sur le comportement dynamique de la structure.**

Des facteurs sont définis pour la sollicitation et la réponse dynamique. Pour cela, il est préférable d'utiliser la loi de similitude initiale. Aussi, les facteurs sur le comportement monotone et cyclique, établis précédemment, doivent être considérés. Enfin pour éviter des erreurs de prévision importantes, il est souhaitable que l'amortissement (hystérétique, visqueux,...) soit conservé par changement d'échelle.

— **Prévoir le comportement dynamique de la structure à l'échelle 1.**

A partir des facteurs de similitude établis précédemment, on définit la sollicitation à appliquer sur la structure réduite. On réalise les essais dynamiques sur l'échelle réduite. Puis les facteurs de similitude permettent d'en déduire le comportement dynamique à l'échelle 1. Des erreurs de prévision peuvent se produire, notamment du fait de la variabilité des propriétés de la structure et des assemblages. Ces erreurs sont néanmoins relativement faibles et peu impactées par le choix de l'échelle réduite (1/2 ou 1/3).

CONCLUSION GENERALE, RECOMMANDATIONS, PERSPECTIVES

A présent, les études complémentaires suivantes restent à réaliser.

- Améliorer la connaissance des effets d'échelle sur le comportement à l'enfoncement du bois.
- Prendre en compte la non conservation de l'amortissement par changement d'échelle, dans les lois de similitude en dynamique.
- Evaluer les lois de similitude par des essais dynamiques sur table vibrante.
- Evaluer les lois de similitude, numériquement ou expérimentalement, pour des structures plus complexes, voire un bâtiment complet.

Bibliographie

- [ANS17] Mohamad Eydani Asl, Christopher Niezrecki, and J. Sherwood. Similitude analysis of thin-walled composite i-beams for subcomponent testing of wind turbine blades. *Wind Engineering*, 41 :297 – 312, 2017.
- [Avi01] Peter Avitabile. Experimental modal analysis - a simple non-mathematical presentation. *Sound and Vibration*, 35 :20–31, 01 2001.
- [BB15] Nouredine Bourahla and Anthony Blakeborough. Similitude distortion compensation for a small scale model of a knee braced steel frame. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 8 :481–488, 04 2015.
- [BFG16] Melina Bosco, E. Ferrara, and A. Ghersi. Improvement of the model proposed by menegotto and pinto for steel. *Engineering Structures*, 124 :442–456, 10 2016.
- [BK21] Bruel and Kjaer. Bk connect, 2021.
- [Ble00] Laurent Bleron. *Contribution à l'optimisation des performances d'assemblages bois en structure. Analyse de la portance dans les assemblages de type tige*. PhD thesis, Université Henri Poincaré, 2000.
- [BLL95] J. D. Barrett, F. Lam, and W. Lau. Size effects in visually graded softwood structural lumber. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 7(1) :19–30, 1995.
- [BSH15] T. K. Bader, Michael Schweigler, and Georg Hochreiner. Dowel deformations in multi-dowel lvl-connections under moment loading. *Wood Material Science and Engineering*, 10 :216 – 231, 2015.
- [BWD91] Wilfred E. BAKER, Peter S. WESTINE, and Franklin T. DODGE. *Similarity Methods in Engineering Dynamics : Theory and Practice of Scale Modeling*, volume 12 of *Fundamental Studies in Engineering*, chapter 7, pages 127–160. Elsevier, 1991.
- [CBD18] Cristiano P. Coutinho, António J. Baptista, and José Dias Rodrigues. Modular approach to structural similitude. *International Journal of Mechanical Sciences*, 135 :294–312, 2018.
- [CBR16] Cristiano Coutinho, António Baptista, and J. Rodrigues. Reduced scale models based on similitude theory : A review up to 2015. *Engineering Structures*, 119 :81–94, 07 2016.
- [CEA21] CEA. Cast3m, 2021.

BIBLIOGRAPHIE

- [CN07] Y. Chui and C. Ni. Load-embedment response of timber to reversed cyclic load. *Wood and Fiber Science*, 29 :148–160, 2007.
- [Cou17] C. Coutinho. *Structural reduced scale models based on similitude theory*. PhD thesis, Faculty of Engineering of the University of Porto, 2017.
- [CPF19] A. Casaburo, G. Petrone, and F. Franco. A review of similitude methods for structural engineering. *Applied Mechanics Reviews*, 71 :030802, 2019.
- [Dan87] Guitard Daniel. *Mécanique du matériau bois et composites*, chapter 4. Collection Nabla. Cépaduès-Editions, 1987.
- [DRD94] P. Drazetic, Y. Ravalar, and F. Dacheux. Applying non-direct similitude technique to the dynamic bending collapse of rectangular section tubes. *International Journal of Impact Engineering*, 15(6) :797–814, 1994.
- [DRFC16] Sergio De Rosa, Francesco Franco, and E. Ciappi. Analysis of distorted similitudes for the frequency response of composite plates. *The Journal of Aerospace Science, Technology and Systems*, 95, 01 2016.
- [EC505] EC5. Eurocode 5. design of timber structures. part 1.1 general rules, general rules and rules for buildings, en 1995-1-2., 2005.
- [EF18] Elioth and FCBA. Etude de benchmarking sur l’amortissement des bois de grande hauteur, 2018.
- [ENS15a] Mo Eydani, Christopher Niezrecki, and James Sherwood. Predicting the vibration response in subcomponent testing of wind turbine blades. volume 6, 02 2015.
- [ENS15b] Mo Eydani, Christopher Niezrecki, and James Sherwood. Similitude analysis of composite i-beams with application to subcomponent testing of wind turbine blades. 06 2015.
- [ENS17a] Mo Eydani, C. Niezrecki, and James Sherwood. Experimental and theoretical similitude analysis for flexural bending of scaled-down laminated i-beams. *Composite Structures*, 176, 06 2017.
- [ENS17b] Mohamad Eydani Asl, Christopher Niezrecki, and James Sherwood. Vibration prediction of thin-walled composite i-beams using scaled models. *Thin-Walled Structures*, 113 :151–161, 2017.
- [Far00] Angelo Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. 11 2000.
- [FBVS19] Sugeily Flores-Bonano, Juan Vargas, and Oscar Suárez. Tortuosity index based on dynamic mechanical properties of polyimide foam for aerospace applications. *Materials*, 12 :1851, 06 2019.
- [FFR18] Bridget K. Fryer, Robert M. Foster, and Michael H. Ramage. Size effect of large scale timber columns. In *World Conference on Earthquake Engineering*, page 6, Seoul, Korea, 2018.

BIBLIOGRAPHIE

- [FPUoC02] B. Folz, Structural Systems Research Project, and San Diego. Division of Structural Engineering University of California. *A Computer Program for Seismic Analysis of Woodframe Buildings*, chapter 1. Report (Structural Systems Research Project). Department of Structural Engineering, University of California, San Diego, 2002.
- [FSSRP02] B. Folz and San Diego. Division of Structural Engineering Structural Systems Research Project, University of California. *A Computer Program for Cyclic Analysis of Shearwall in Woodframe Structures*, chapter 1. Department of Structural Engineering, University of California, San Diego, 2002.
- [Gé13] Jean-Michel Génevaux. Dynamique des structures : méthodes approchées, cinématiques ; analyse modale ; recalage de modèle, July 2013. Lecture.
- [Gee05] Sara Geer. Least squares estimation. *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science*, 2, 10 2005.
- [GGG18] Vitaliy Geraschenko, Andrey Grishin, and Nataly Gartung. Approaches for the calculation of rayleigh damping coefficients for a time–history analysis. *Structures Under Shock and Impact XV*, pages 227–237, 06 2018.
- [GJE18] Hector Guerrero, Tianjian Ji, and J. Escobar. Effects of buckling-restrained braces on reinforced concrete precast models subjected to shaking table excitation. *Engineering Structures*, 163 :294–310, 05 2018.
- [GLG19] Zhongguo Guan, JianZhong Li, and Wei Guo. Design and validation of a shaking-table test model on a long-span cable-stayed bridge with inverted-y-shaped towers. *Engineering Structures*, 201 :109823, 2019.
- [GMZ08] Xun Guo, Qingli Meng, and Minzheng Zhang. Nonlinear similitude law used for structural seismic test. In *World Conference on Earthquake Engineering*, page 6, Beijing, China, 2008.
- [GSK12] Ivan Glišović, Bosko Stevanovic, and Tatjana Kocetov. Embedment test of wood for dowel-type fasteners. *Wood Research*, 57 :639–650, 01 2012.
- [HLL18] Minjuan He, Qi Luo, and Zheng Li. Seismic performance evaluation of timber-steel hybrid structure through large-scale shaking table tests. *Engineering Structures*, 175 :483–500, 2018.
- [HRS01] Mark Hilburger, Cheryl Rose, and Starnes. Nonlinear analysis and scaling laws for noncircular composite structures subjected to combined loads. 02 2001.
- [Hum12] Jagmohan L. Humar. *Dynamics of Structures*, chapter 10. Third edition. edition, 2012.
- [IL15] Bertrand Iooss and Paul Lemaître. A review on global sensitivity analysis methods. *arXiv : Statistics Theory*, pages 101–122, 2015.
- [Ioo11] Bertrand Iooss. Revue sur l’analyse de sensibilité globale de modèles numériques. *Journal de la Societe Française de Statistique*, 152(1) :1–23, 2011.

BIBLIOGRAPHIE

- [Irv13] Tom Irvine. Effective modal mass modal participation factors revision h, 2013.
- [KBFC12] Georges Kouroussis, Lassaad Ben Fekih, and Calogero Conti. Easymod : A matlab/scilab toolbox for teaching modal analysis, 07 2012.
- [KKC04] Nam-Sik Kim, Young-Hak Kwak, and Sung-Pil Chang. Pseudodynamic tests on small-scale steel models using the modified similitude law. In *World Conference on Earthquake Engineering*, page 11, Vancouver, B.C., Canada, 2004.
- [KLC09] Nam-Sik Kim, Jiho Lee, and Sung-Pil Chang. Equivalent multi-phase similitude law for pseudodynamic test on small scale reinforced concrete models. *Engineering Structures*, 31 :834–846, 04 2009.
- [KM81] H. Krawinkler and P. Moncarz. Theory and application of experimental model analysis in earthquake engineering. Technical report, 1981.
- [KT09] Chiu Jen Ku and Yukio Tamura. Rational fraction polynomial method and random decrement technique for force-excited acceleration responses. *Journal of Structural Engineering*, 135(9) :1134–1138, 2009.
- [Lap06] Karine Laplanche. *Etude du comportement au feu des assemblages de structures bois : approche expérimentale et modélisation*. Theses, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006.
- [LCM10] Maurice Lemaire, Alaa Chateaufeuf, and Jean-Claude Mitteau. *Structural Reliability*, chapter 4. 1 2010.
- [LFL12] Minghao Li, Ricardo Foschi, and Frank Lam. Modeling hysteretic behavior of wood shear walls with a protocol-independent nail connection algorithm. *Journal of Structural Engineering*, 138 :99–108, 01 2012.
- [LHR05] J. V. D. Lindt, J. Huart, and D. Rosowsky. Strength-based seismic reliability of wood shear walls designed according to af pa/asce 16. *Journal of Structural Engineering*, 131 :1307–1312, 2005.
- [LWZ15] Zhong Luo, You Wang, and Yunpeng Zhu. The similitude design method of thin-walled annular plates and determination of structural size intervals. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 230, 06 2015.
- [LXY19] Sisi Lu, Ping Xu, and Kaibo Yan. A force/stiffness equivalence method for the scaled modelling of a high-speed train head car. *Thin-Walled Structures*, 137 :129–142, 2019.
- [LY06] Lam LY. *Développement de modèles analytiques pour la prédiction du comportement élastique des assemblages mécaniques à broches dans la construction en bois*. PhD thesis, Université de Liège, 2006.
- [LYP08] Yulong Li, Zhang Yongkang, and Xue Pu. Study of similarity law for bird impact on structure. *Chinese Journal of Aeronautics*, 21 :512–517, 12 2008.

BIBLIOGRAPHIE

- [LZZ14] Zhong Luo, Yunpeng Zhu, and Xueyan Zhao. Determination method of dynamic distorted scaling laws and applicable structure size intervals of a rotating thin-wall short cylindrical shell. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 229, 03 2014.
- [LZZ15] Zhong Luo, Yunpeng Zhu, and Xueyan Zhao. High-order vibrations' dynamic scaling laws of distorted scaled models of thin-walled short cylindrical shells. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 43, 10 2015.
- [MB86] B. Madsen and A. Buchanan. Size effects in timber explained by a modified weakest link theory. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 13 :218–232, 1986.
- [MK08] Quincy Ma and MH Khan. Free vibration tests of a scale model of the south rangitikei railway bridge. 01 2008.
- [Mor91] Max D. Morris. Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics*, 33(2) :161–174, 1991.
- [MZ11] Qing Meng and Min Zhang. Nonlinear performance simulation of rc structures with small-scaled model in earthquake simulation test. *Advanced Materials Research*, 243-249 :3717–3729, 05 2011.
- [NE91] NF-EN-26891. Structures en bois. assemblages réalisés avec des éléments mécaniques de fixation. afnor., 1991.
- [NE00] NF-EN-10020. Définition et classification des nuances d'acier, 2000.
- [NE02] NF-EN-12512. Structures en bois. méthodes d'essai. essais cycliques d'assemblages réalisés par organes mécaniques, 2002.
- [NE03] NF-EN-338. Structural timber. strength classes, 2003.
- [NK17] J.P. Noël and G. Kerschen. Nonlinear system identification in structural dynamics : 10 more years of progress. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 83 :2–35, 2017.
- [NS19] Swaral Naik and Desai Satish. Diagrid building model : Design, fabrication and 1 :75 scale testing for experimental seismic analysis. *Disaster Advances*, 12 :69, 07 2019.
- [OA09] R.E. Oshiro and M. Alves. Scaling of structures subject to impact loads when using a power law constitutive equation. *International Journal of Solids and Structures*, 46(18) :3412–3421, 2009.
- [Par16] Scott A. Pardo. *Empirical Modeling and Data Analysis for Engineers and Applied Scientists*, chapter 15. 2016.
- [PBH12] Miroslav Pastor, Michal Binda, and Tomáš Harčarik. Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, 48 :543–548, 2012. Modelling of Mechanical and Mechatronics Systems.

BIBLIOGRAPHIE

- [PC14] Jamin Park and Jae-Yeol Cho. Dynamic analysis using similitude law considering strain distortion. volume 102, pages 285–292, 09 2014.
- [PEE21] PEER. Opensees, 2021.
- [PIA10] Matthieu Petelet, Bertrand Iooss, and Olivier Asserin. Latin hypercube sampling with inequality constraints. *AStA Advances in Statistical Analysis*, 94 :325–339, 12 2010.
- [Pit10] J. C. Piter. Size effect on bending strength in sawn timber of fast-growing argentinean eucalyptus grandis. analysis according to the criterion of european standards. *European Journal of Wood and Wood Products*, 70 :17–24, 2010.
- [PRA07] Weichi Pang, D. Rosowsky, and M Asce. Evolutionary parameter hysteretic model for wood shear walls. *Journal of Structural Engineering*, 133, 08 2007.
- [PWR17] Merle C Potter, D. C Wiggert, and Bassem Ramadan. *Mechanics of fluids*, chapter 6. Cengage Learning, fifth edition. edition, 2017.
- [Raj09] S. Rajasekaran. *Structural Dynamics of Earthquake Engineering*, chapter 10. 2009.
- [RLEO93] Frédéric Rouger, Jean-Denis Lanvin, and Amel El Ouadrani. Etude sapin - epicea france entière. Technical report, Centre Technique du Bois et de l’Ameublement, 1993.
- [Ros02] David Rosowsky. Reliability-based seismic design of wood shear walls. *Journal of Structural Engineering*, 128, 11 2002.
- [RSR95] J. Rezaeepazhand, G.J. Simites, and J. Rezaeepazhand. Use of scaled-down models for predicting vibration response of laminated plates. *Composite Structures*, 30(4) :419–426, 1995.
- [Sal08a] A. Saltelli. *Global sensitivity analysis : the primer*, chapter 2. John Wiley, 2008.
- [Sal08b] A. Saltelli. *Global sensitivity analysis : the primer*, chapter 3. John Wiley, 2008.
- [SBH18] Michael Schweigler, Thomas Bader, and Georg Hochreiner. Engineering modeling of semi-rigid joints with dowel-type fasteners for nonlinear analysis of timber structures. *Engineering Structures*, 171, 09 2018.
- [SDJM09] Cristovao Santos, Abilio De Jesus, and Jose Morais. Quasi-static mechanical behaviour of a double-shear single dowel wood connection. *Construction and Building Materials*, 23 :171–182, 01 2009.
- [SG18] Carmen Sandhaas and Rainer Görlacher. Analysis of nail properties for joint design. *Engineering Structures*, 173 :231–240, 2018.
- [SR93a] G.J. Simites and J. Rezaeepazhand. Structural similitude and design of scaled down laminated models. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 1993.
- [SR93b] G.J. Simites and J. Rezaeepazhand. Structural similitude for laminated structures. *Composites Engineering*, 3(7) :751–765, 1993. Use of Composites in Aircraft.

BIBLIOGRAPHIE

- [SR99] Brian J. Schwarz and Mark H. Richardson. Experimental modal analysis. In *CSI Reliability Week*, 1999.
- [TJN08] Shahab Torkamani, A.A. Jafari, and Mohammad Navazi. Scaled down models for free vibration analysis of orthogonally stiffened cylindrical shells using similitude theory. volume 2, pages 3458–3469, 01 2008.
- [Ves73] André Vessereau. Intervalles de confiance et tests dans le cas de changement de variable cas de la loi log-normale. *Revue de Statistique Appliquée*, 21(1) :59–66, 1973.
- [Vro97] Ton Vrouwenvelder. The jcss probabilistic model code. *Structural Safety*, 19(3) :245–251, 1997. Devoted to the work of the Joint Committee on Structural Safety.
- [Wis68] J. W. Wissmunn. Dynamic stability of space vehicles. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 1968.
- [WMM07a] Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, and Sharon L. Myers. *Probability and statistics for engineers and scientists*, chapter 12. Pearson Education, Upper Saddle River, 8th edition, 2007.
- [WMM07b] Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, and Sharon L. Myers. *Probability and statistics for engineers and scientists*, chapter 3. Pearson Education, Upper Saddle River, 8th edition, 2007.
- [WMM07c] Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, and Sharon L. Myers. *Probability and statistics for engineers and scientists*, chapter 9. Pearson Education, Upper Saddle River, 8th edition, 2007.
- [WMM07d] Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, and Sharon L. Myers. *Probability and statistics for engineers and scientists*, chapter 5. Pearson Education, Upper Saddle River, 8th edition, 2007.
- [WMM07e] Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, and Sharon L. Myers. *Probability and statistics for engineers and scientists*, chapter 6. Pearson Education, Upper Saddle River, 8th edition, 2007.
- [WYS19] Di Wu, Yoshihiro Yamazaki, and Sayoko Sawada. Experiment-based numerical simulation of hybrid structure consisting of wooden frame and rigid core. *Engineering Structures*, 182 :473–486, 2019.
- [Xu09] Bohan Xu. *Modélisation du comportement mécanique d’assemblages bois avec prise en compte de critères de rupture*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2009.
- [XX18] Jianyang Xue and Dan Xu. Shake table tests on the traditional column-and-tie timber structures. *Engineering Structures*, 175 :847–860, 2018.
- [YZZ10] H. Yu, W. Zhang, and Yaochun Zhang. Shaking table test and numerical analysis of a 1 :12 scale model of a special concentrically braced steel frame with pinned connections. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 9 :51–63, 2010.

BIBLIOGRAPHIE

- [ZLG19] Wen Zhang, Zhong Luo, and Xiao Ge. Determination method of scaling laws based on least square method and applied to rectangular thin plates and rotor-bearing systems. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, pages 1–25, 09 2019.
- [ZM16] Filip Zdraveski and Hristijan Mickoski. Application of similitude laws for experimental investigations of dynamic properties of tall prototype steel structure. *International Journal of Engineering*, 2016.
- [Zoh15] Bahman Zohuri. *Dimensional Analysis and Self-Similarity Methods for Engineers and Scientists*, chapter 2, pages 93–193. 2015.
- [ZRhJ16] Y. Zhong, H. Ren, and Ze hui Jiang. Experimental and statistical evaluation of the size effect on the bending strength of dimension lumber of northeast china larch. *Materials*, 9, 2016.
- [ZTLS15] X-Y Zhang, Mirjam Trame, Larry Lesko, and Stephan Schmidt. Sobol sensitivity analysis : A tool to guide the development and evaluation of systems pharmacology models. *CPT : Pharmacometrics Systems Pharmacology*, 4, 02 2015.

Annexes

Annexe A

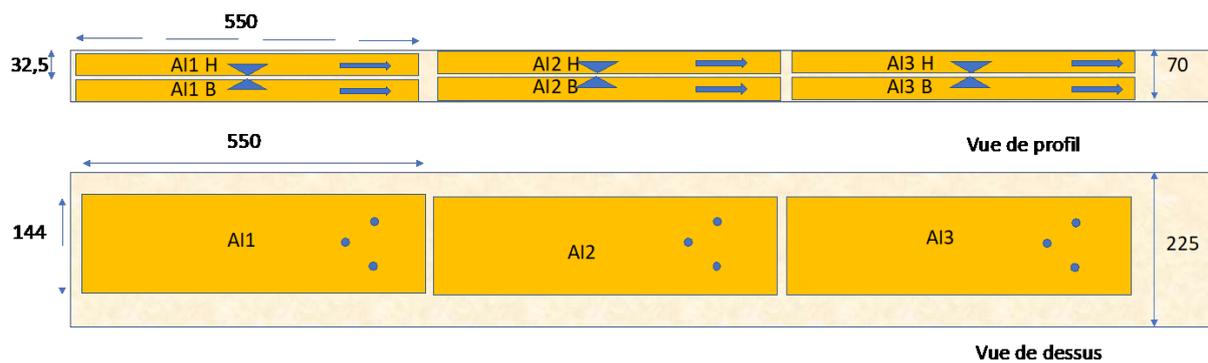
Expérimental

A.1 Dénomination des éprouvettes

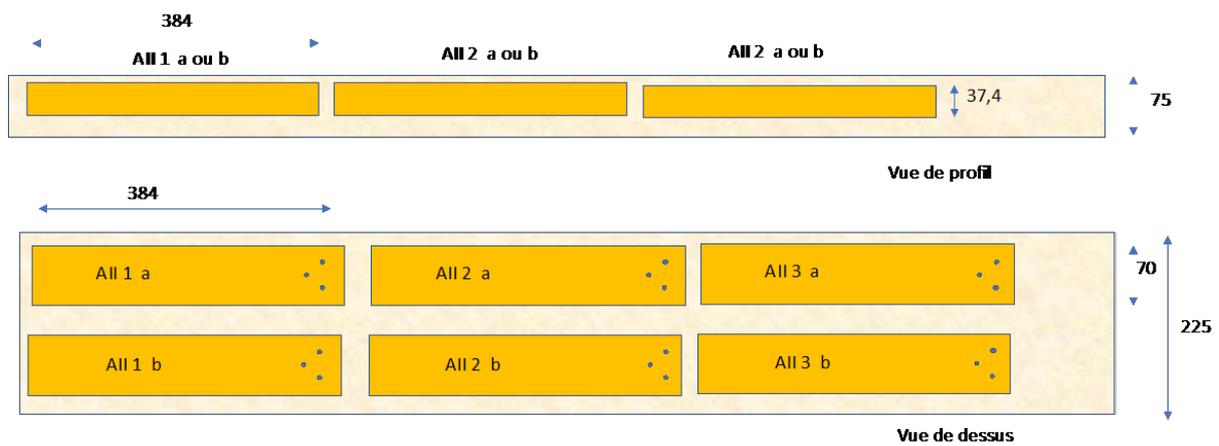
Les éprouvettes sont nommées selon leur prélèvement dans la poutre mère (figure *C.3*). Plus particulièrement, les noms d'éprouvettes sont constitués des notations suivantes (dans l'ordre) :

- une lettre majuscule désignant la poutre mère,
- un chiffre romain indiquant l'échelle (1, 1/2 ou 1/3),
- un chiffre arabe précisant la position de l'éprouvette dans la poutre mère, suivant la longueur,
- une lettre minuscule, « a », « b », « c » ou « d », indiquant la position de l'éprouvette, suivant la largeur (pour les échelles 1/2 et 1/3),
- une lettre minuscule, « i » ou « s », indiquant la position de l'éprouvette, suivant l'épaisseur (pour l'échelle 1/3).

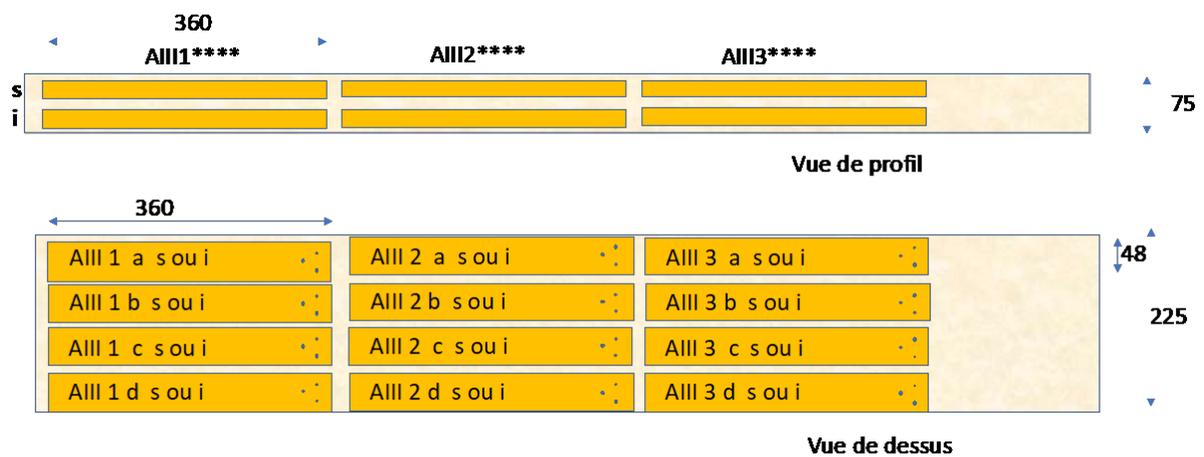
A.2. PROFILS DE RUPTURE



(a) échelle 1



(b) échelle 1/2



(c) échelle 1/3

FIGURE A.1 – Plan de découpe des éprouvettes pour les essais sur assemblages

A.2 Profils de rupture

A.2.1 Assemblages

A.2. PROFILS DE RUPTURE

Eprouvette	Mode déformation
<i>AI2</i>	<i>1</i>
<i>AI5a</i>	<i>2</i>
<i>AI5b</i>	
<i>CI1</i>	<i>1</i>
<i>CI3</i>	<i>2</i>
<i>DI2</i>	<i>1</i>
<i>DI3</i>	<i>2</i>
<i>EI1</i>	
<i>MI5</i>	
<i>BI2</i>	
<i>MI4</i>	

Tableau A.1 – Profils de rupture des essais cycliques axiaux sur assemblages, échelle 1

A.2.2 Structure



(a) éprouvette 1 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de poteau



(b) éprouvette 1 : rupture de bloc en pied de diagonale



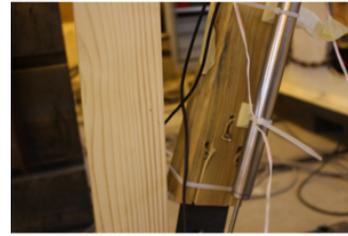
(c) éprouvette 2 : rupture par traction perpendiculaire au fil en tête des diagonales



(d) éprouvette 3 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de diagonale

FIGURE A.2 – Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1

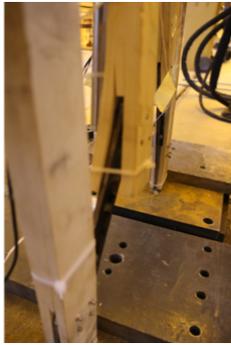
A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT



(a) éprouvette 1 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de diagonale

(b) éprouvette 2 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de diagonale

FIGURE A.3 – Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2



(a) éprouvette 1 : flexion hors plan de la pièce métallique en pied de diagonale

(b) éprouvette 2 : flexion hors plan de la pièce métallique en pied de diagonale

FIGURE A.4 – Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3

A.3 Variables d'intérêt

A.3.1 Valeurs par éprouvette

A.3.1.1 Assemblages

Eprouvette	Testée en	K_{ua} (kN/mm)	F_{ma} (kN)	u_{ma} (mm)	$u_{lim,a}$ (mm)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
<i>BI</i> ₄	Traction	72,7	66,7	11,4	13,3	0,905	-3,44
<i>DI</i> ₁	Traction	80,4	73,6	9,67	12,5	0,879	-1,32
<i>DI</i> ₅	Traction	89,5	69,2	9,78	14,6	0,915	-18
<i>MI</i> ₁	Traction	78,1	81,2	9	14	0,887	-21,6
<i>EI</i> ₆	Traction	94,9	68,6	10,4	16,4	0,893	-7,01
<i>AI</i> ₁	Compression	68,2	61,7	9,4	18,4	0,925	-9,62
<i>BI</i> ₃	Compression	77,2	67,2	11,1	15,3	0,892	-7,68
<i>DI</i> ₄	Compression	86,1	67,7	8,27	10,2	0,904	-8,19

Tableau A.2 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT

Eprouvette	Testée en	K_{ua} (kN/mm)	F_{ma} (kN)	u_{ma} (mm)	$u_{lim,a}$ (mm)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
<i>CII1a</i>	Traction	32,8	19,1	3,94	8,28	0,999	-9,71
<i>CII2a</i>	Traction	50,5	19,7	5,14	9,24	0,965	-6,48
<i>DII2a</i>	Traction	37,6	18,6	6,11	10,3	0,936	-10,3
<i>DII3a</i>	Traction	40,3	19	6,43	12,1	0,9	-6,67
<i>BII2a</i>	Traction	37,3	18,2	5,53	9,49	0,948	-9,26
<i>BII2b</i>	Traction	37,4	18	4,18	8,88	0,978	-8,13
<i>MII1a</i>	Traction	26,8	20,9	6,49	9,98	0,999	-16,8
<i>MII3b</i>	Traction	54,3	21,7	6,24	9,93	0,896	-5,75
<i>MII1b</i>	Compression	46,5	21,7	6,78	9,42	0,87	-4,91

Tableau A.3 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/2

Eprouvette	Testée en	K_{ua} (kN/mm)	F_{ma} (kN)	u_{ma} (mm)	$u_{lim,a}$ (mm)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
<i>BIII1as</i>	Traction	10,4	7,81	2,87	5,01	0,999	-32,6
<i>BIII1ds</i>	Traction	9,62	8,16	3,26	5,15	0,999	-40,1
<i>CIII1bi</i>	Traction	21,1	9,39	3,24	5,03	0,999	-11,9
<i>CIII1ci</i>	Traction	21	8,97	3,73	5,22	0,936	-19,5
<i>MIII1ai</i>	Traction	14,8	8,98	3,13	6,13	0,999	-15,7
<i>MIII1di</i>	Traction	23,4	9,03	3,4	7,05	0,999	-7,94
<i>MIII1ds</i>	Traction	27	8,77	2,97	5,49	0,992	-12
<i>AIII1bi</i>	Compression	25,2	9,3	3,43	6,37	0,999	-11,4
<i>DIII1ai</i>	Compression	15,8	9,41	3,26	5,23	0,999	-17,7
<i>MIII1bs</i>	Compression	20,1	8,85	4,28	6,43	0,966	-11,2

Tableau A.4 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/3

Eprouvette	$K_{\theta a}$ (Nm/degrés)	M_{ma} (Nm)	θ_{ma} (degrés)	$\theta_{lim,a}$ (degrés)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
<i>EI2</i>	2458	2293	6,86	6,93	0,821	-19,8
<i>EI3</i>	2155	2516	10,7	10,7	0,808	-115
<i>EI4</i>	1729	2558	8,77	8,78	0,901	-1,57e + 03
<i>EI5</i>	2348	2690	10,5	12,1	0,817	-15,9
<i>FI1</i>	1555	2340	9,16	9,33	0,888	-133
<i>FI4</i>	1287	1982	11,6	11,8	0,929	-155
<i>FI6</i>	800,2	2231	7,24	7,29	0,999	582
<i>MI2</i>	1219	2666	10,6	10,9	0,999	-3,44

Tableau A.5 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT

Eprouvette	$K_{\theta a}$ (Nm/deg)	M_{ma} (Nm)	θ_{ma} (deg)	$\theta_{lim,a}$ (deg)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
<i>BII4b</i>	297,7	406,2	11,3	11,4	0,658	-312
<i>BII3a</i>	176,4	374,4	16,2	17,7	0,866	-30,7
<i>AII1a</i>	124,7	327,3	7,31	9,83	0,999	-31,4
<i>BII1a</i>	209,4	404,7	14,3	15,3	0,754	-141
<i>CII3a</i>	130,2	454,5	23,5	23,5	0,752	-232
<i>CII4c</i>	224,1	422,6	18	18,8	0,762	-98
<i>CII5b</i>	246	487,5	18,3	18,3	0,653	$-7,05e + 03$
<i>DII1a</i>	239,2	401,7	15,3	19	0,783	-16,3
<i>DII1b</i>	281,8	387,4	13,3	13,4	0,761	$-2,17e + 03$
<i>MII2a</i>	143,9	434,5	10,5	10,8	0,999	-21,6
<i>MII2b</i>	214,7	503,3	18,7	20,1	0,703	-26,3
<i>MII3a</i>	207	467,8	12,4	15,3	0,809	-43,2
<i>MII4a</i>	151,2	471,5	19,7	19,8	0,885	-31,4

Tableau A.6 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/2

Eprouvette	$K_{\theta a}$ (Nm/deg)	M_{ma} (Nm)	θ_{ma} (deg)	$\theta_{lim,a}$ (deg)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
<i>AIIIci</i>	49,45	157,9	24,8	25,1	0,5	-327
<i>AIIIcs</i>	55,92	153,7	13,4	15,3	0,88	-73,9
<i>AIIIdi</i>	54,27	136,7	17	18,3	0,81	-65,7
<i>AIIIds</i>	76,9	127,4	14,3	16,6	0,852	-10,6
<i>BIIIai</i>	73,56	101,1	9,96	17,2	0,794	-2,6
<i>BIIIbs</i>	44,69	120,6	17,5	17,8	0,719	-535
<i>BIIIci</i>	58,12	129,4	17,3	17,4	0,821	$1,9e + 03$
<i>BIIIcs</i>	40,77	105,7	13	13,1	0,712	$-1,95e + 03$
<i>DIIIas</i>	61,48	137,1	18,1	23,3	0,774	-14,7
<i>DIIIci</i>	47,14	124,4	10,2	10,5	0,999	-264
<i>DIIIcs</i>	104,9	138,2	14,2	15,1	0,749	-23,8
<i>MIIIcs</i>	70,49	112,2	9,66	13,3	0,999	-9,68
<i>DIIIbi 1</i>	52,43	93,43	3,75	6,12	0,999	-22,2
<i>DIIIbi 2</i>	71,99	137,4	13,7	13,8	0,843	-298
<i>DIIIbs 1</i>	79,02	117,9	9,24	9,34	0,999	-588
<i>DIIIbs 2</i>	93,84	117,1	8,77	8,78	0,975	$-1,26e + 04$

Tableau A.7 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/3

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT

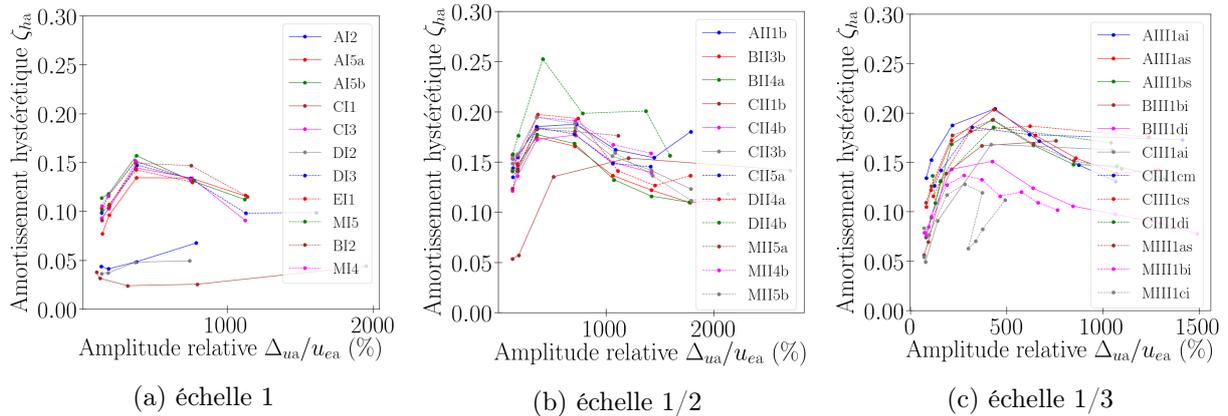


FIGURE A.5 – Amortissement hystérique des essais cycliques axiaux sur assemblages

A.3.1.2 Structure

Eprouvette	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
1	1,35	36,5	57
2	1,31	37,2	54,6
3	1,22	33,3	58,7

Tableau A.8 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1

Eprouvette	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
1	0,716	9,7	22,9
2	0,608	11,1	30,5
3	0,574	9,82	38,1

Tableau A.9 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2

Eprouvette	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
1	0,408	3,51	22,6
2	0,379	4,21	37,6
3	0,343	4,75	41,8

Tableau A.10 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT

Eprouvette	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
1	0,213	8,51	66,8
2	0,236	7,63	45,5
3	0,286	9,94	95,5

Tableau A.11 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/2

Eprouvette	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
1	0,34	4,04	26,2
2	0,224	2,72	17,9
3	0,198	3,83	26,6

Tableau A.12 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/3

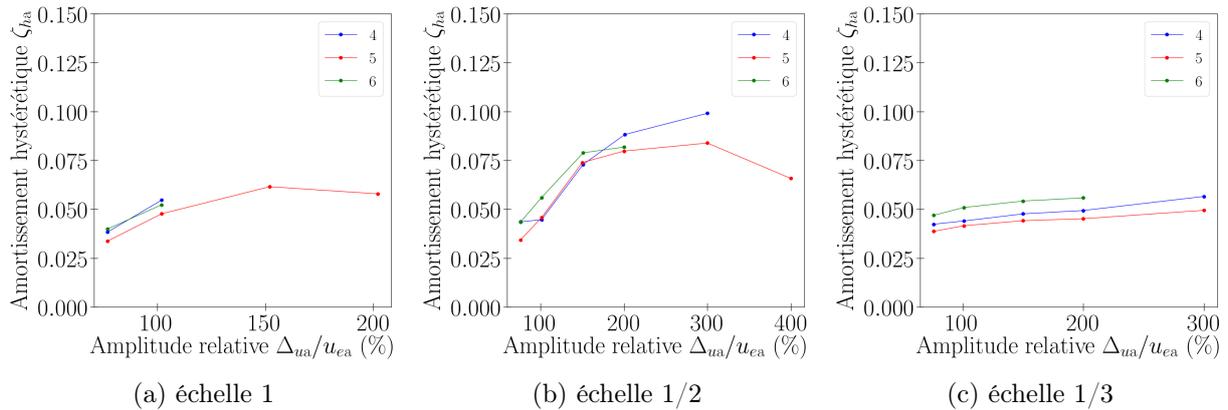
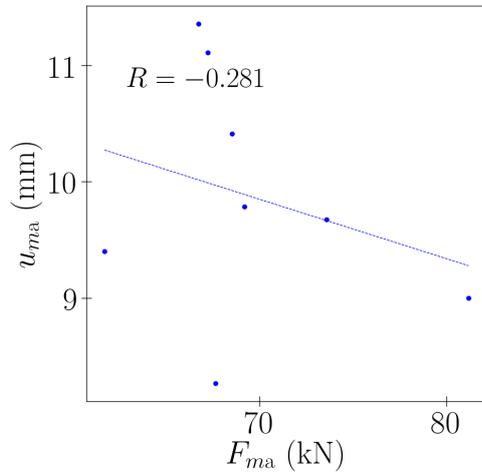


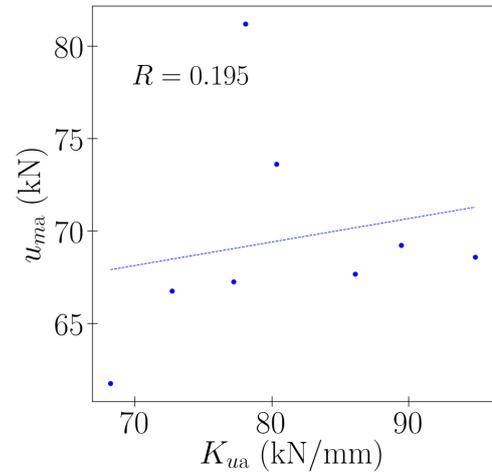
FIGURE A.6 – Amortissement hystérique des essais cycliques sur la structure à un niveau

A.3.2 Corrélation entre les variables d'intérêt et les propriétés physiques

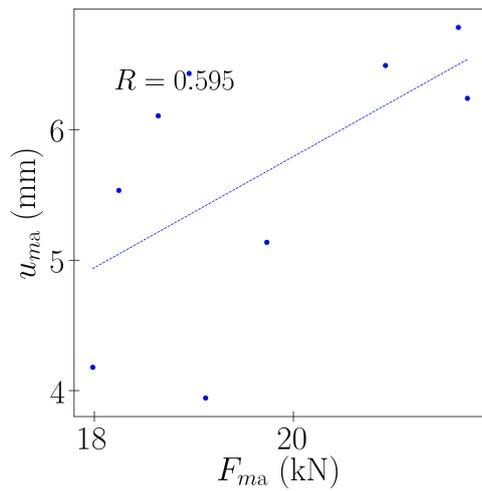
A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT



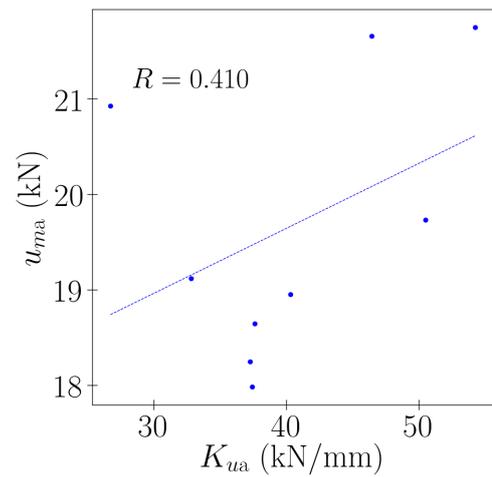
(a) u_{ma} et F_{ma} , échelle 1



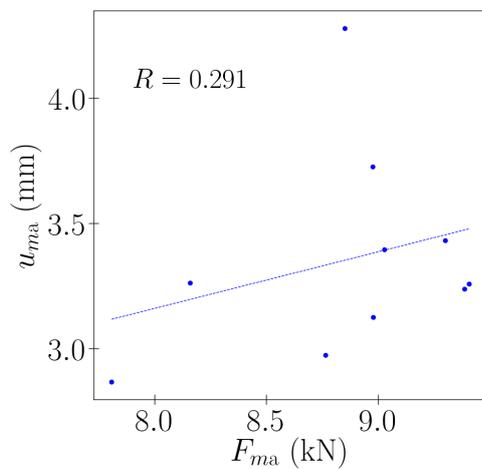
(b) u_{ma} et K_{ua} , échelle 1



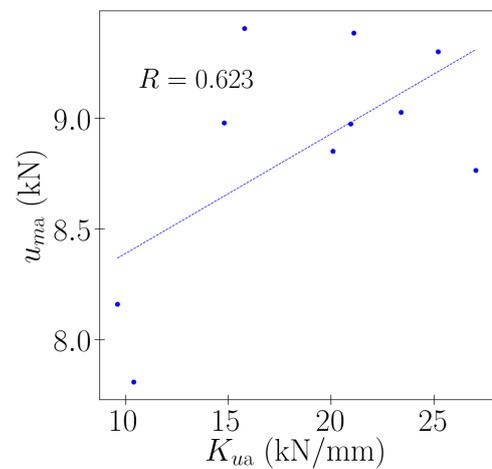
(c) u_{ma} et F_{ma} , échelle 1/2



(d) u_{ma} et K_{ua} , échelle 1/2



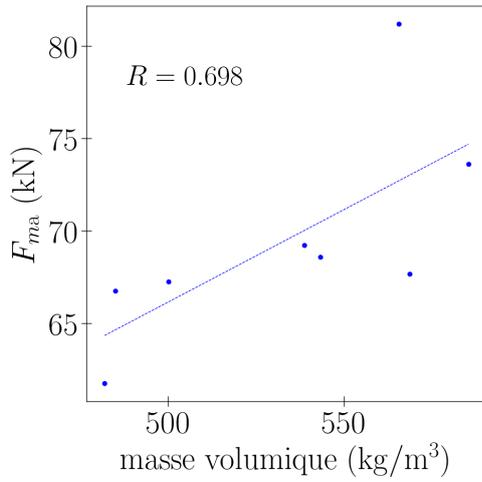
(e) u_{ma} et F_{ma} , échelle 1/3



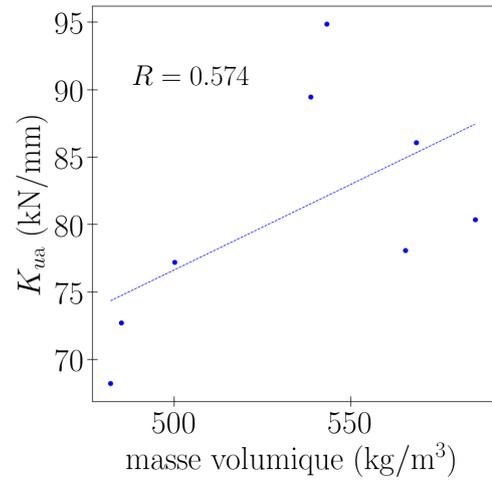
(f) u_{ma} et K_{ua} , échelle 1/3

FIGURE A.7 – Coefficient de corrélation R entre les variables d'intérêt des essais sur assemblages

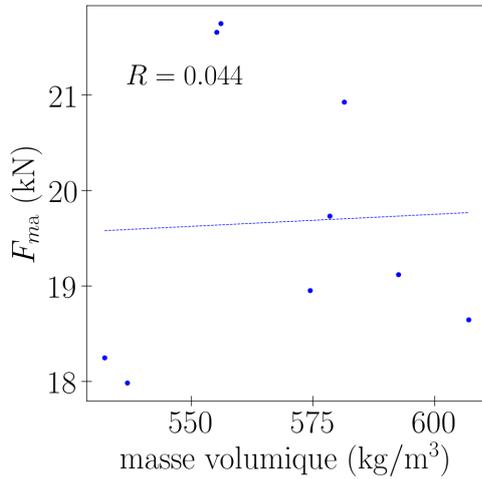
A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT



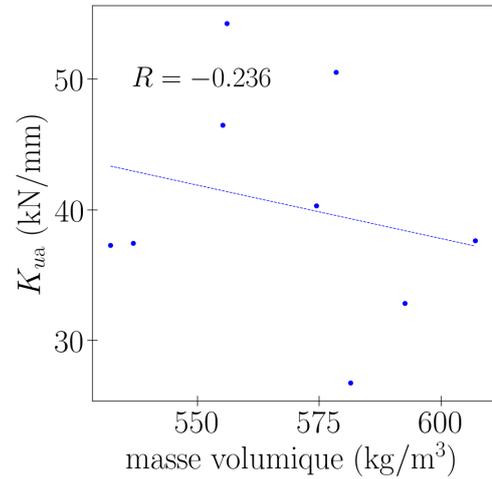
(a) masse volumique et F_{ma} , échelle 1



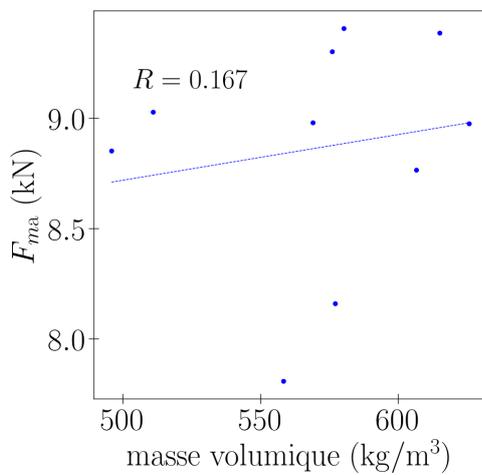
(b) masse volumique et K_{ua} , échelle 1



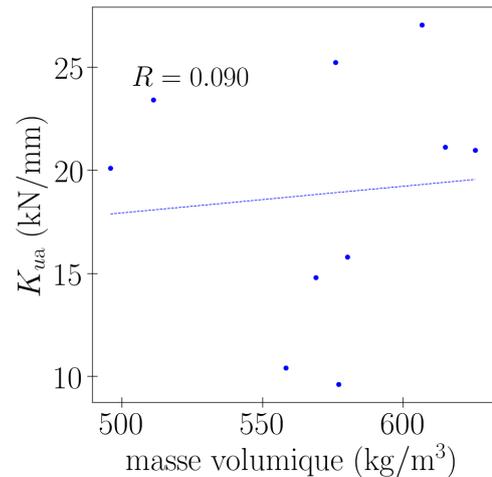
(c) masse volumique et F_{ma} , échelle 1/2



(d) masse volumique et K_{ua} , échelle 1/2



(e) masse volumique et F_{ma} , échelle 1/3



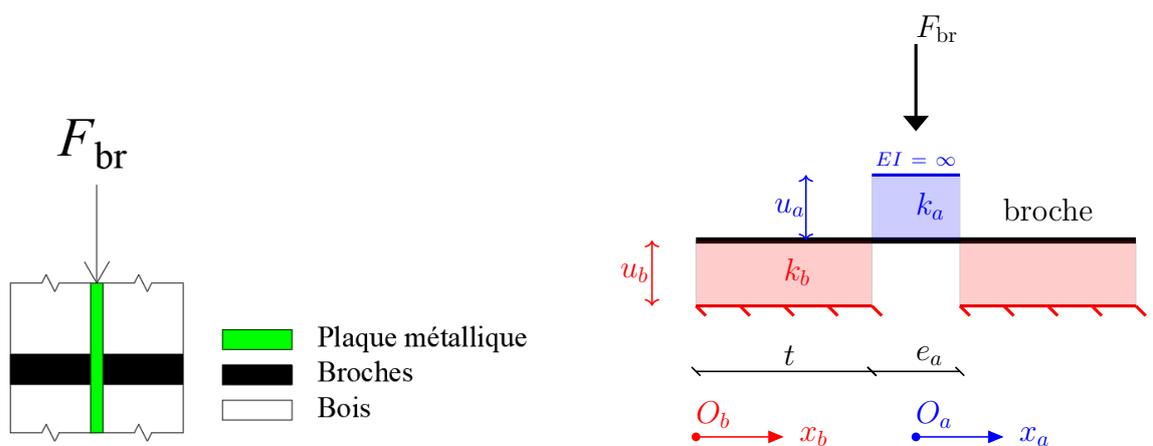
(f) masse volumique et K_{ua} , échelle 1/3

FIGURE A.8 – Coefficient de corrélation R entre la masse volumique du bois et les variables d'intérêt des essais sur assemblages

Annexe B

Constitution des facteurs de similitude par des méthodes analytiques

Pour les raideurs d'assemblages, les broches (figure *B.1a*) sont considérées selon le modèle simplifié de la figure *B.1b*. Ce type de modèle, initialement développé dans la littérature pour des assemblages bois / bois [LY06,Xu09,Ble00], est utilisé ici pour des assemblages bois / métal. Notons que la différence ne réside que dans le matériau de la pièce centrale. Dans ce modèle, la broche est une poutre d'*Euler Bernoulli*. Cela revient à considérer que la broche a un élancement important. L'interaction broche / bois est représentée par un appui continu de raideur k_b (en (N/m)/m) entre la broche et le bois (immobile). De même l'interaction broche / plaque est représentée par un appui continu de raideur k_a (en (N/m)/m) entre la broche et la plaque. La plaque est représentée par une barre infiniment rigide sur laquelle s'exerce une force F_{br} . Un repère local (O_b, x_b) est utilisé au niveau du bois, de même un repère (O_a, x_a) est adopté au niveau de la plaque. L'enfoncement de la broche dans le bois est noté u_b , et la rotation est $\theta_b = \partial u_b / \partial x_b$. De même l'enfoncement de la broche dans la plaque est noté u_a , et la rotation est $\theta_a = \partial u_a / \partial x_a$.



(a) réalité

(b) modèle simplifié, pour l'étude de la raideur

FIGURE B.1 – Sollicitation d'une broche

Compte tenu de la symétrie, les équations d'équilibre sont établies pour une moitié du modèle. Aussi la broche étant une poutre d'*Euler Bernoulli*, les déformations de cisaillement sont négligées. Ainsi au niveau du bois les équations d'équilibre sont

$$\begin{cases} \frac{\partial M_b}{\partial x_b} + F_b = 0 & \text{(B.1a)} \\ \frac{\partial F_b}{\partial x_b} - k_b u_b = 0 & \text{(B.1b)} \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \frac{\partial M_b}{\partial x_b} + F_b = 0 & \text{(B.2a)} \\ \frac{\partial^2 M_b}{\partial x_b^2} + k_b u_b = 0 & \text{(B.2b)} \end{cases}$$

avec F_b l'effort tranchant et M_b le moment.

Avec

$$M_b = E_a I \frac{\partial \theta_b}{\partial x_b} = E_a I \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \quad \text{(B.3)}$$

(I étant l'inertie des sections, E_a le module d'Young de la broche), on obtient

$$\begin{cases} F_b = -E_a I \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} & \text{(B.4a)} \\ E_a I \frac{\partial^4 u_b}{\partial x_b^4} + k_b u_b = 0 & \text{(B.4b)} \end{cases}$$

De la même façon, au niveau de la plaque, on obtient

$$\begin{cases} F_a = -E_a I \frac{\partial^3 u_a}{\partial x_a^3} & \text{(B.5a)} \\ E_a I \frac{\partial^4 u_a}{\partial x_a^4} + k_a u_a = 0 & \text{(B.5b)} \end{cases}$$

Puis les conditions suivantes sont prises en compte.

— Les continuités en rotation, effort tranchant et moment se traduisent respectivement par

$$\theta_b(t) = \theta_a(-e_a/2) \Rightarrow \frac{\partial u_b}{\partial x_b} \Big|_{x_b=t} = \frac{\partial u_a}{\partial x_a} \Big|_{x_a=-e_a/2} \quad \text{(B.6)}$$

$$F_b(t) = F_a(-e_a/2) \Rightarrow \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big|_{x_b=t} = \frac{\partial^3 u_a}{\partial x_a^3} \Big|_{x_a=-e_a/2} \quad \text{(B.7)}$$

$$M_b(t) = M_a(-e_a/2) \Rightarrow \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big|_{x_b=t} = \frac{\partial^2 u_a}{\partial x_a^2} \Big|_{x_a=-e_a/2} \quad \text{(B.8)}$$

— Les conditions aux limites sont

$$M_b(0) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big|_{x_b=0} = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$F_b(0) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big|_{x_b=0} = 0 \quad (\text{B.10})$$

— La symétrie du modèle impose

$$\theta_a(0) = 0 \quad (\text{B.11})$$

Ensuite la force extérieure F_{br} est prise en compte avec

$$F_b(t) = -F_{\text{br}}/2 \Rightarrow E_a I \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big|_{x_b=t} = F_{\text{br}}/2 \quad (\text{B.12})$$

Le déplacement relatif entre la plaque et le bois est

$$u_{\text{br}} = u_a(-e_a/2) - u_b(t) \quad (\text{B.13})$$

La raideur de la broche est obtenue par

$$K_{\text{br}} = \frac{F_{\text{br}}}{u_{\text{br}}} \quad (\text{B.14})$$

La raideur en translation de l'assemblage [SBH18] vaut

$$K_{u_a} = n_{\text{br}} K_{\text{br}} \quad (\text{B.15})$$

et celle en rotation est [SBH18]

$$K_{\theta_a} = \sum_{i=1}^{n_{\text{br}}} K_{\text{br},i} r_{\text{br},i}^2 \quad (\text{B.16})$$

Pour chaque broche i : $K_{\text{br},i}$ est la raideur, $r_{\text{br},i}$ est la distance au centre de rigidité O des broches (figure B.2).

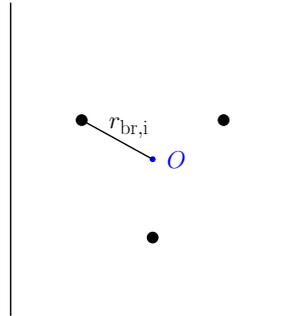


FIGURE B.2 – Illustration de la raideur en rotation d'un assemblage

En utilisant les équations (B.5) à (B.16) puis la méthode *STAGE*, les relations de similitude sont données dans le tableau B.1. Pour cela on considère :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{xa} = \lambda_{ea} \\ \lambda_{xb} = \lambda_t \\ \lambda_I = \lambda_d^4 \\ \lambda_{kb} = \lambda_{\sigma b} \\ \lambda_{ka} = \lambda_{\sigma a} \\ \lambda_{Ea} = \lambda_{\sigma a} \\ \lambda_{rbr} = \lambda_a \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(B.17a)} \\ \text{(B.17b)} \\ \text{(B.17c)} \\ \text{(B.17d)} \\ \text{(B.17e)} \\ \text{(B.17f)} \\ \text{(B.17g)} \end{array}$$

Equations utilisées	Relations de similitude obtenues
$E_a I \frac{\partial^4 u_a}{\partial x_a^4} + k_a u_a = 0$ (B.18)	$\lambda_{\sigma a} \lambda_d^4 \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}^4} = \lambda_{\sigma a} \lambda_{ua}$ (B.19)
$E_a I \frac{\partial^4 u_b}{\partial x_b^4} + k_b u_b = 0$ (B.20)	$\lambda_{\sigma a} \lambda_d^4 \frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^4} = \lambda_{\sigma b} \lambda_{ub}$ (B.21)
$\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \Big _{x_b=t} = \frac{\partial u_a}{\partial x_a} \Big _{x_a=-ea/2}$ (B.22)	$\frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t} = \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}}$ (B.23)
$\frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big _{x_b=t} = \frac{\partial^3 u_a}{\partial x_a^3} \Big _{x_a=-ea/2}$ (B.24)	$\frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^3} = \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}^3}$ (B.25)
$\frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big _{x_b=t} = \frac{\partial^2 u_a}{\partial x_a^2} \Big _{x_a=-ea/2}$ (B.26)	$\frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^2} = \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}^2}$ (B.27)
$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big _{x_b=0} = 0 \\ \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big _{x_b=0} = 0 \\ \theta_a(0) = 0 \end{cases}$ (B.28)	-
$E_a I \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big _{x_b=t} = F_{br}/2$ (B.29)	$\lambda_{Fbr} = \lambda_{\sigma a} \lambda_d^4 \frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^3}$ (B.30)
$u_{br} = u_a(-ea/2) - u_b(t)$ (B.31)	$\lambda_{ubr} = \lambda_{ua} = \lambda_{ub}$ (B.32)
$K_{br} = \frac{F_{br}}{u_{br}}$ (B.33)	$\lambda_{Kbr} = \frac{\lambda_{Fbr}}{\lambda_{ubr}}$ (B.34)
Centre de rigidité des broches conservé avec le changement d'échelle, d'où $\lambda_{rbr} = \lambda_a$	
$K_{ua} = n_{br} K_{br}$ (B.35)	$\lambda_{Kua} = \lambda_{Kbr}$ (B.36)
$K_{\theta a} = \sum_{i=1}^{n_{br}} K_{br,i} r_{br,i}^2$ (B.37)	$\lambda_{K\theta a} = \lambda_{Kbr} \lambda_a^2$ (B.38)

Tableau B.1 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour les raideurs d'assemblages

Finalement d'après les relations du tableau B.1, on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ea} = \lambda_d = \lambda_t \\ \lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} \\ \lambda_{Kua} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_a^2 \lambda_{\sigma b} \lambda_t \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(B.39a)} \\ \text{(B.39b)} \\ \text{(B.39c)} \\ \text{(B.39d)} \end{array}$$

Annexe C

Modèle numérique des assemblages

C.1 Influence des conditions aux limites

Le tableau C.1 montre que l'influence des conditions aux limites (figure C.1) sur la raideur K_{ua} est négligeable.

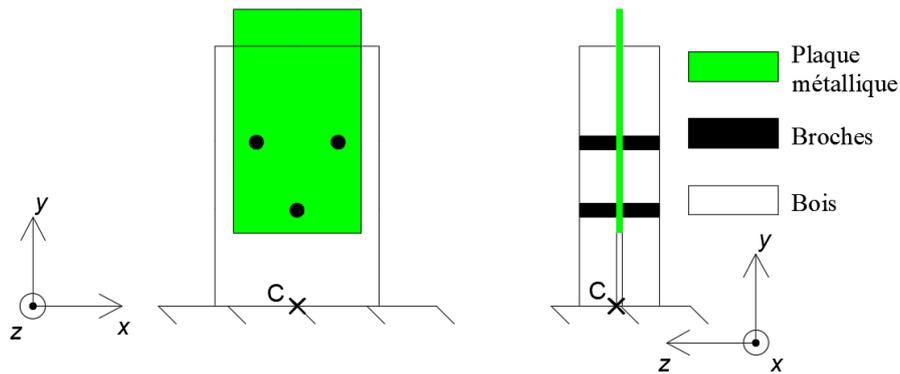


FIGURE C.1 – Conditions aux limites dans le modèle d'assemblage

Blocage des déplacements suivant x, y, z sur la section inférieure du bois (configuration initiale)	$K_{ua} = 93,659 \text{ kN/mm}$
Blocage des déplacements suivant y sur la section inférieure du bois, blocage des déplacements suivant x, y, z en C	$K_{ua} = 93,782 \text{ kN/mm}$

Tableau C.1 – Influence des conditions aux limites sur la raideur des assemblages (échelle 1)

C.2 Influence de la densité de maillage

La figure C.2 montre l'influence de la densité de maillage sur la raideur K_{ua} . Cette densité de maillage est caractérisée par le nombre N de nœuds. Les rapports de tailles entre les éléments

C.3. EVALUATION DES EFFETS DE BORD

sont inchangés. La densité de maillage retenue est telle qu'elle a peu d'effets sur le comportement.

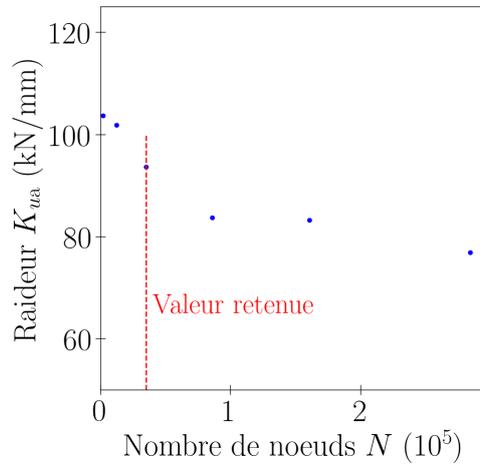


FIGURE C.2 – Influence de la densité de maillage sur la raideur des assemblages (échelle 1)

C.3 Evaluation des effets de bord

Il s'agit ici d'évaluer les effets de bord. La figure C.3 montre que lorsque h et a_0 dépassent les valeurs réelles, la raideur K_{ua} est peu impactée. Autrement dit, les valeurs réelles de a_0 et h sont telles que les effets de bord sont faibles.

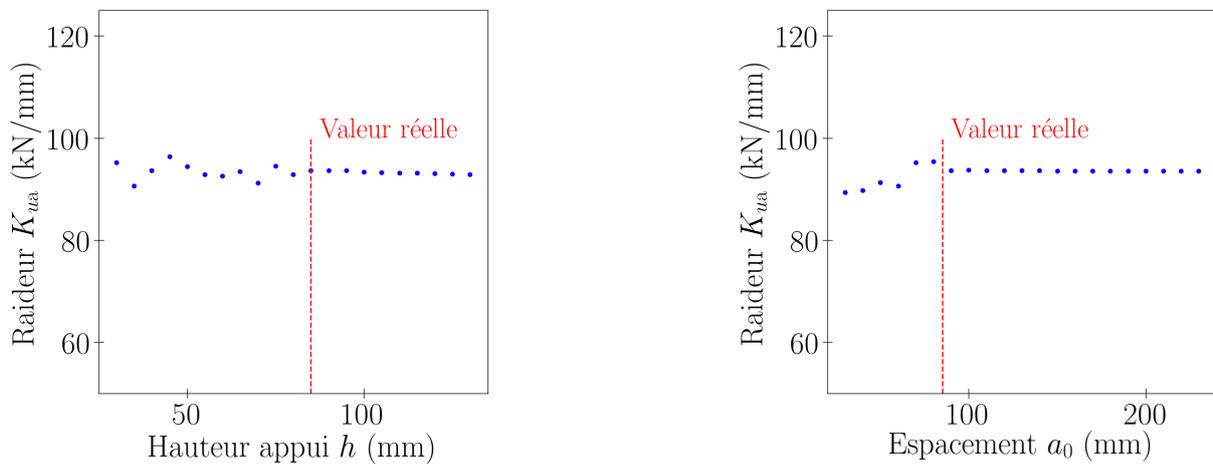


FIGURE C.3 – Effets de bord sur la raideur des assemblages (échelle 1)

Annexe D

Modèle numérique de la structure

D.1 Paramètres du modèle

D.1.1 Configuration réelle

Pour chaque paramètre, les valeurs aux trois échelles et les facteurs de similitude associés sont présentés. Pour les facteurs, les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.118).

D.1.1.1 Dimensions

Les dimensions des structures sont données au tableau D.1.

Dimension	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
Largeur structure L_B (mm)	1 250	625	416,7	2	3
Hauteur structure L_H (mm)	2 500	1 250	833,3		
Longueur L_{1i} (mm)	772,3	408,7	272,3	1,89 (2)	2,84 (3)
Longueur L_{1s} (mm)	434,2	239,6	159,1	1,81 (2)	2,73 (3)
Longueur L_2 (mm)	212	145,9	125,5	1,45 (2)	1,69 (3)
Épaisseur éléments bois e_b (mm)	80	40,5	26,7	1,98 (2,02)	3 (3)
Épaisseur pièces acier e_a (mm)	15	8	5	1,88 (2,02)	3 (3)
Largeur éléments bois l_b (mm)	144	72	48	2	3
Largeur pièces acier l_a (mm)	112	56	37,3		

Tableau D.1 – Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration réelle

D.1.1.2 Propriétés matérielles

Les propriétés matérielles des structures sont données au tableau D.2.

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Propriété	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
Bois, orthotrope					
module d'Young E_b (GPa)	11 (bois <i>C24</i> [NE03])			1	
masse volumique ρ_b (kg/m ³)	450 (bois résineux [Dan87])			1 (0, 437)	1 (0, 29)
poids volumique γ_b (kN/m ³)	4,5 (bois résineux [Dan87])				
Acier, isotrope					
module d'Young E_a (GPa)	210 (acier non allié [NE00])			1	
masse volumique ρ_a (kg/m ³)	7 850 (acier non allié [NE00])			1 (0, 437)	1 (0, 29)
poids volumique γ_a (kN/m ³)	78,5 (acier non allié [NE00])				

Tableau D.2 – Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration réelle

D.1.1.3 Masse additionnelle et coefficient d'amortissement

La masse additionnelle et le coefficient d'amortissement des structures sont donnés au tableau D.3.

Paramètre	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
Amortissement visqueux réduit ζ_v (-)	3%			1	
Masse additionnelle m_{ad} (kg)	1 500	375	167	4 (3, 53)	9 (7, 84)
Charge verticale induite Q_{ad} (kN)	15	3,75	1,67		

Tableau D.3 – Masse additionnelle et coefficient d'amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration réelle

D.1.1.4 Caractéristiques des assemblages

Les caractéristiques d'assemblages du modèle sont données aux tableaux D.4 à D.9. Pour les caractéristiques obtenues expérimentalement :

- ¹ correspond aux essais sur assemblages (trois broches), axiaux monotones,
- ² correspond aux essais sur assemblages (trois broches), en rotation monotones,
- ³ correspond aux essais sur la structure.

La raideur en translation transversale est déterminée avec *Cast3M* de la façon suivante (figure D.1). Une force latérale F_a est appliquée, puis le déplacement relatif horizontal est relevé entre le bois et la plaque (entre les points *B* et *P*).

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

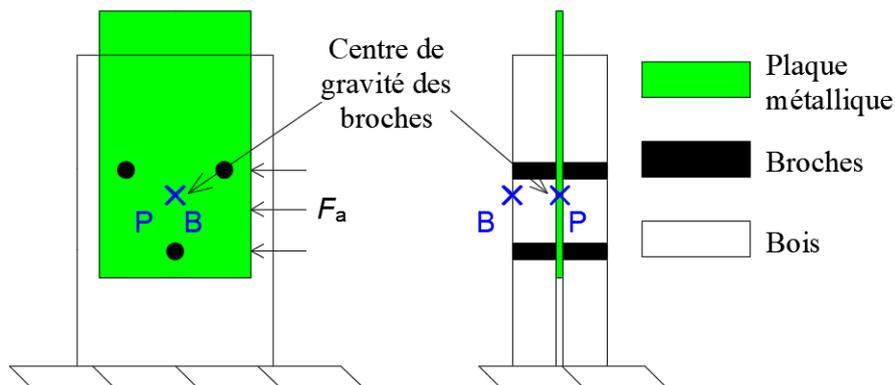


FIGURE D.1 – Calcul de la raideur transversale des assemblages

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
					1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	98,3	48,6	32,7	2,02	3
F_{ma} (kN)	Exp. ¹	69,5	19,7	8,87	3,53	7,84
u_{ma} (mm)	Exp. ¹	9,87	5,65	3,36	1,75	2,94
r_f (-)	Exp. ¹	0,9	0,943	0,989	0,954	0,91
r_2 (10^{-3})	Exp. ¹	-9,61	-8,66	-18	1,11	0,534
r_3 (-)	Exp. ³	1,2	1,4	1,3	0,857	0,923
r_4 (-)		0,01	0,01	0,01	1	1
r_i (-)		0,08	0,09	0,07	0,889	1,14
α (-)		0,08	0,25	0,18	0,32	0,444
β (-)		1	1,03	1,02	0,971	0,98
ζ_{ha} (-)		0,0529	0,0749	0,0559	0,706 (1)	0,947 (1)

Tableau D.4 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration réelle

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
					1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	40	19,9	13,3	2,01 (2,02)	3 (3)

Tableau D.5 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration réelle

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
					1 et 1/2	1 et 1/3
$K_{\theta a}$ (Nm/degres)	<i>Cast3M</i>	2004	252	75,31	7,95 (8,09)	26,6 (27)
M_{ma} (Nm)	Exp. ²	2409	426,4	125,6	5,65 (7,07)	19,2 (23,5)
θ_{ma} (degres)		9,42	15,3	13,4	0,616	0,702
r_f (-)		0,895	0,799	0,839	1,12	1,07
r_2 (10^{-3})		-73,8	-89,5	-172	0,825	0,429
r_3 (-)	Exp. ³	1,2	1,4	1,3	0,857	0,923
r_4 (-)		0,01	0,01	0,01	1	1
r_i (-)		0,08	0,09	0,07	0,889	1,14
α (-)		0,08	0,25	0,18	0,32	0,444
β (-)		1	1,03	1,02	0,971	0,98
ζ_{ha} (-)		0,0529	0,0749	0,0559	0,706 (1)	0,947 (1)

Tableau D.6 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration réelle

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
					1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	121	60	40,4	2,02 (2,02)	3,01 (3)

Tableau D.7 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration réelle

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
					1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	57,3	28,5	19,1	2,01 (2,02)	3 (3)

Tableau D.8 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration réelle

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
					1 et 1/2	1 et 1/3
$K_{\theta a}$ (Nm/degres)	<i>Cast3M</i>	2709	340,9	102,3	7,95 (8,09)	26,5 (27)
M_{ma} (Nm)	Exp. ²	$\frac{4}{3} \times 2409$	$\frac{4}{3} \times 426,4$	$\frac{4}{3} \times 125,6$	5,65 (7,07)	19,2 (23,5)
θ_{ma} (degres)		9,42	15,3	13,4	0,616	0,702
r_f (-)		0,895	0,799	0,839	1,12	1,07
r_2 (10^{-3})		-73,8	-89,5	-172	0,825	0,429
r_3 (-)	Exp. ³	1,2	1,4	1,3	0,857	0,923
r_4 (-)		0,01	0,01	0,01	1	1
r_i (-)		0,08	0,09	0,07	0,889	1,14
α (-)		0,08	0,25	0,18	0,32	0,444
β (-)		1	1,03	1,02	0,971	0,98
ζ_{ha} (-)		0,0529	0,0749	0,0559	0,706 (1)	0,947 (1)

Tableau D.9 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration réelle

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

D.1.2 Configuration sans distorsions

La configuration sans distorsions des structures est définie de la façon suivante. A l'échelle 1, les paramètres sont les mêmes que pour la configuration réelle. Aux échelles réduites :

- certains paramètres (en vert) sont choisis identiques à ceux de la configuration réelle,
- les autres (en orange) sont imposés par les conditions de similitude (3.70), (3.118), et par la conservation par changement d'échelle des caractéristiques adimensionnelles des assemblages.

D.1.2.1 Dimensions

Les dimensions du modèle sans distorsions sont données au tableau D.10.

Dimension	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
Largeur structure L_B (mm)	1 250	625	416,7	2	3
Hauteur structure L_H (mm)	2 500	1 250	833,3		
Longueur L_{1i} (mm)	772,3	386,2	257,4		
Longueur L_{1s} (mm)	434,2	217,1	144,7		
Longueur L_2 (mm)	212	106	70,7		
Epaisseur éléments bois e_b (mm)	80	40	27	2,02	3
Epaisseur pièces acier e_a (mm)	15	7	5		
Largeur éléments bois l_b (mm)	144	72	48	2	3
Largeur pièces acier l_a (mm)	112	56	37,3		

Tableau D.10 – Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions

D.1.2.2 Propriétés matérielles

Les propriétés matérielles du modèle sans distorsions sont données dans le tableau D.11.

Propriété	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
Bois, orthotrope					
module d'Young E_b (GPa)	11			1	
masse volumique ρ_b (kg/m ³)	450	1031	1551	0,437	0,29
poids volumique γ_b (kN/m ³)	4,5	10,3	15,5		
Acier, isotrope					
module d'Young E_a (GPa)	210			1	
masse volumique ρ_a (kg/m ³)	7 850	17983	27049	0,437	0,29
poids volumique γ_a (kN/m ³)	78,5	180	270		

Tableau D.11 – Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

D.1.2.3 Masse additionnelle et coefficient d'amortissement

La masse additionnelle et le coefficient d'amortissement du modèle sans distorsions sont donnés au tableau D.3.

Paramètre	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
Amortissement visqueux réduit ζ_v (-)	3%			1	
Masse additionnelle m_{ad} (kg)	1 500	425	191	3,53	7,84
Charge verticale induite Q_{ad} (kN)	15	4,25	1,91		

Tableau D.12 – Masse additionnelle et coefficient d'amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions

D.1.2.4 Caractéristiques des assemblages

Les caractéristiques d'assemblages du modèle sans distorsions sont données aux tableaux D.13 à D.18.

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	98,3	48,6	32,7	2,02	3
F_{ma} (kN)	69,5	19,7	8,87	3,53	7,84
u_{ma} (mm)	9,87	5,66	3,78	1,75	2,61
r_f (-)	0,9			1	
r_2 (10^{-3})	-9,61				
r_3 (-)	1,2				
r_4 (-)	0,01				
r_i (-)	0,08				
α (-)	0,08				
β (-)	1				
ζ_{ha} (-)	0,0529				

Tableau D.13 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration sans distorsions

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	40	19,8	13,3	2,02	3

Tableau D.14 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration sans distorsions

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
$K_{\theta a}$ (Nm/deg)	2004	248	74,2	8,09	27
M_{ma} (Nm)	2409	341	102	7,07	23,5
θ_{ma} (deg)	9,42	10,8	10,8	0,873	0,871
r_f (-)		0,895		1	
r_2 (10^{-3})		-73,8			
r_3 (-)		1,2			
r_4 (-)		0,01			
r_i (-)		0,08			
α (-)		0,08			
β (-)		1			
ζ_{ha} (-)		0,0529			

Tableau D.15 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	121	60	40,4	2,02	3

Tableau D.16 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration sans distorsions

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
K_{ua} (kN/mm)	57,3	28,3	19,1	2,02	3

Tableau D.17 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration sans distorsions

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur entre échelles	
				1 et 1/2	1 et 1/3
$K_{\theta a}$ (Nm/deg)	2709	335	100	8,09	27
M_{ma} (Nm)	$\frac{4}{3} \times 2409$	$\frac{4}{3} \times 341$	$\frac{4}{3} \times 102$	7,07	23,5
θ_{ma} (deg)	9,42	10,8	10,8	0,873	0,871
r_f (-)		0,895		1	
r_2 (10^{-3})		-73,8			
r_3 (-)		1,2			
r_4 (-)		0,01			
r_i (-)		0,08			
α (-)		0,08			
β (-)		1			
ζ_{ha} (-)		0,0529			

Tableau D.18 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions

D.2 Influence de la densité de maillage

D.2.1 Influence sur la raideur élastique

Pour le calcul de la raideur K_s , les charges verticales ne sont pas introduites dans le modèle. La figure D.2 montre que la raideur est indépendante du nombre N d'éléments. Cela est dû au fait que dans le modèle, la raideur est obtenue de la façon suivante.

Dans les éléments *Timoshenko* constituant le modèle, les déplacements et la rotation sont définis par :

$$\begin{cases} u_x = a_1x + a_2 & \text{(D.1a)} \\ u_y = b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4 & \text{(D.1b)} \\ \theta = \frac{EI}{GS_r} \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^3} + \frac{\partial u_y}{\partial x} & \text{(D.1c)} \end{cases}$$

x est la position dans l'élément, u_x est le déplacement axial, u_y est le déplacement transversal, θ est la rotation, E est le module d'Young, G est le module de cisaillement, S est l'aire des sections, S_r est l'aire des sections réduites, I est l'inertie des sections, et a, b des coefficients imposés par les déplacements nodaux de l'élément. Ainsi les déplacements et rotations vérifient l'équilibre des sections :

$$\begin{cases} GS_r \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \theta \right) = 0 & \text{(D.2a)} \\ EI \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + GS_r \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \theta \right) = 0 & \text{(D.2b)} \\ ES \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0 & \text{(D.2c)} \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \theta = \frac{EI}{GS_r} \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^3} + \frac{\partial u_y}{\partial x} & \text{(D.3a)} \\ \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} = 0 & \text{(D.3b)} \\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0 & \text{(D.3c)} \end{cases}$$

Les déplacements nodaux sont imposés par l'équilibre efforts internes / efforts externes, et par les conditions aux limites. Puis la raideur est le rapport entre la force appliquée et le déplacement en haut de la structure.

Ainsi avec cette méthode de calcul, l'équilibre de la structure est complètement vérifié, quel que soit le nombre N d'éléments.

D.3. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LA COURBE FORCE - DÉPLACEMENT DE LA STRUCTURE

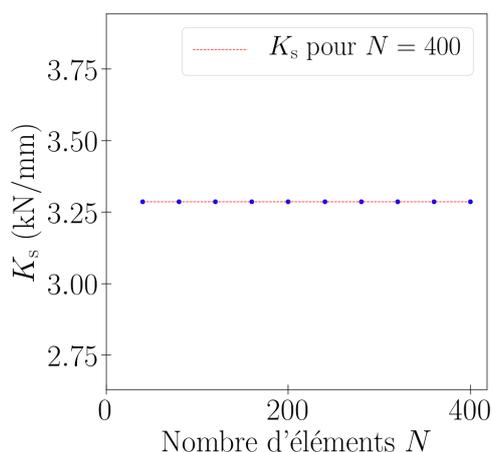


FIGURE D.2 – Influence du nombre d'éléments sur la raideur de la structure

D.2.2 Influence sur le comportement non linéaire

Pour le calcul du comportement non linéaire, les charges gravitaires sont prises en compte. La figure D.3 montre que l'influence du nombre N d'éléments sur le comportement non linéaire est négligeable. Les raisons sont les mêmes que pour la raideur élastique. Notons néanmoins que pour le comportement non linéaire, le nombre d'éléments peut avoir une influence à travers la répartition des charges gravitaires.

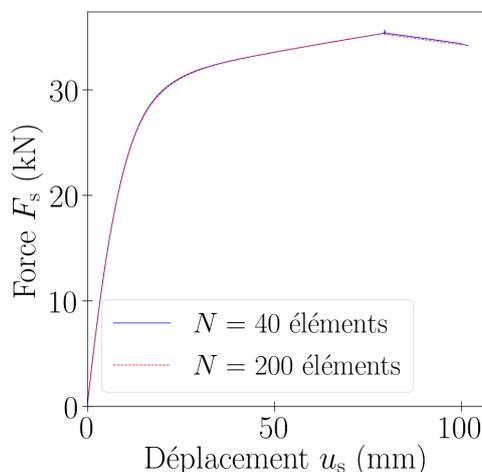


FIGURE D.3 – Influence du nombre d'éléments sur le comportement non linéaire de la structure

D.3 Facteurs de similitude sur la courbe force - déplacement de la structure

Les relations de similitude (3.65) sont évaluées par le modèle numérique de la structure (partie 4.2.1), avec des lois de comportement d'assemblages non linéaires. Les échelles considérées sont 1 et 1/3. Les simplifications suivantes sont attribuées au modèle numérique :

- Les longueurs des pièces métalliques et les dimensions globales de la structure ont le même facteur de similitude.

D.3. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LA COURBE FORCE - DÉPLACEMENT DE LA STRUCTURE

- Seul le déplacement axial des assemblages des diagonales est libéré. Les autres degrés de liberté d'assemblages sont bloqués.
- Les charges gravitaires ne sont pas introduites. De cette façon, il n'est plus nécessaire de faire varier le facteur λ_Q en fonction de la sollicitation horizontale, et les assemblages des diagonales ont des déformations u_a identiques.

La figure D.4 présente, en fonction du déplacement $u_s^{(R)}$ de la structure :

- la déformation $u_a^{(R)}$,
- le facteur λ_{ua} imposé de sorte que $\lambda_{\hat{K}ua}$ vérifie la condition (3.65b),
- puis le facteur λ_{Fs}^\diamond estimé par la relation de similitude (3.65g).

Le facteur estimé λ_{Fs}^\diamond est comparé au facteur λ_{Fs}^\bullet obtenu numériquement. L'estimation correspond exactement au numérique. Ainsi les relations de similitude (3.65) sont vérifiées.

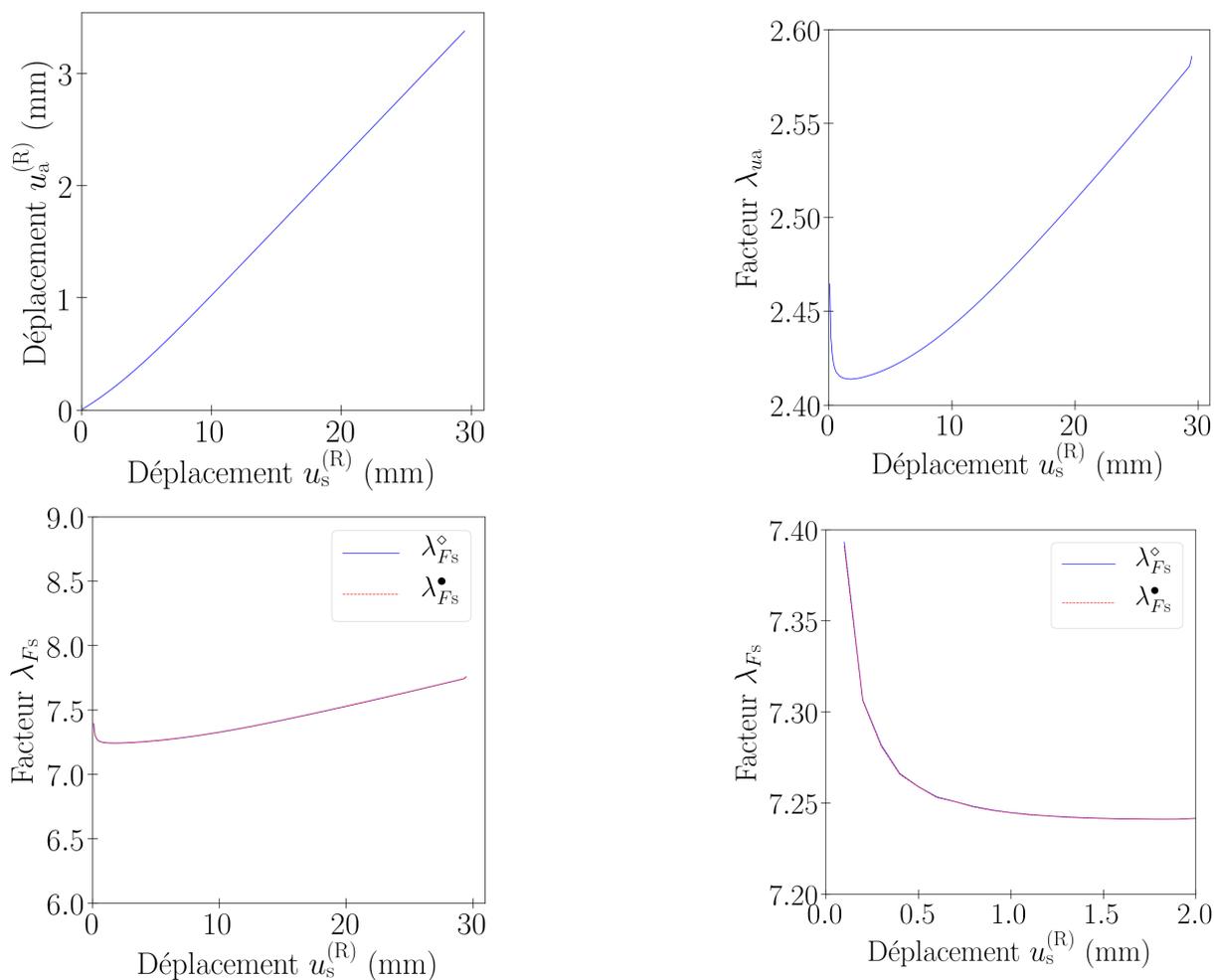


FIGURE D.4 – Facteur variable λ_{Fs} , entre échelles 1 et 1/3